

La Superconduttività

P. Carelli

Dipartimento di Scienze Fisiche e Chimiche
Università dell'Aquila

Sommario

Kamerlingh Onnes

Effetto Meissner

Applicazioni di potenza

Teoria superconduttività

Quantizzazione del flusso

Effetto Josephson

Standard di tensione

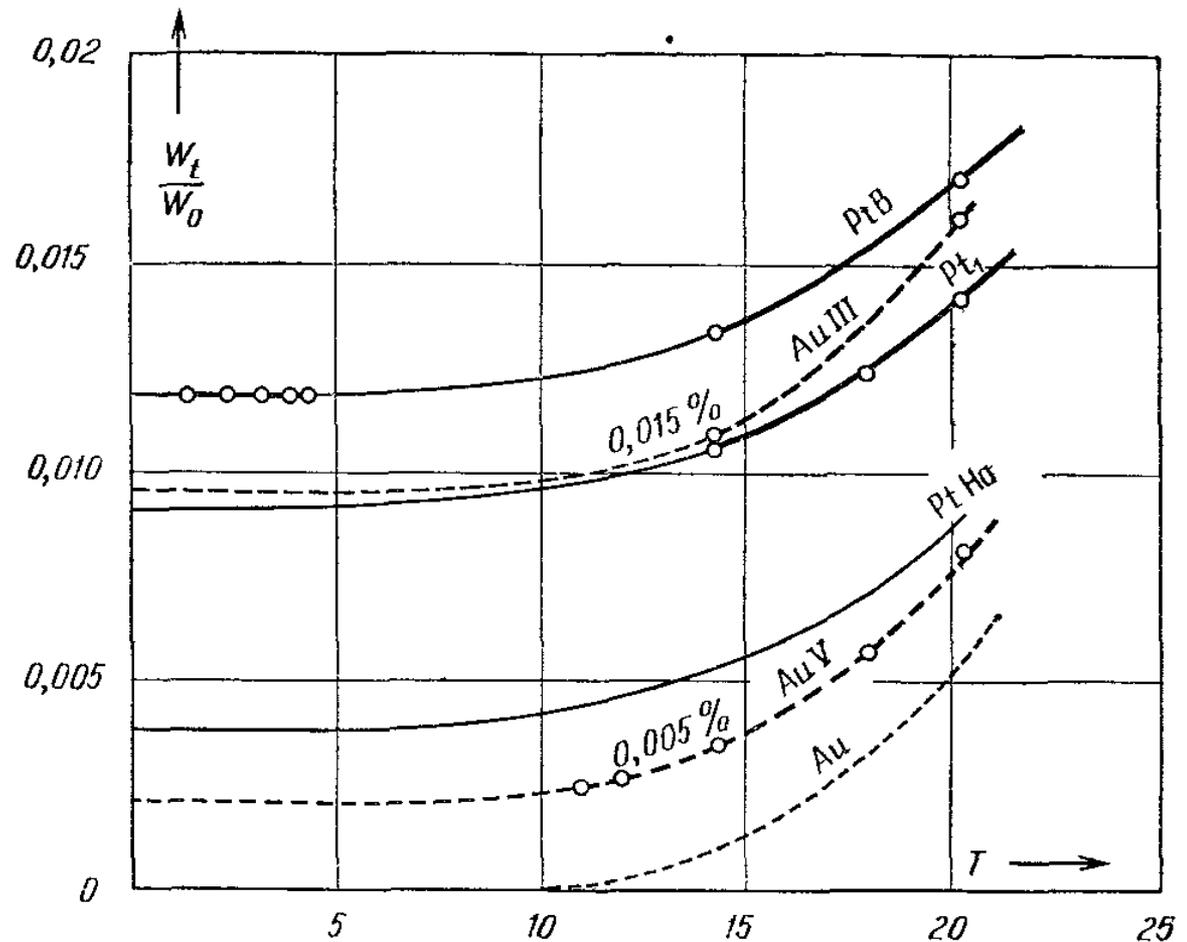
dc-SQUID, suo uso

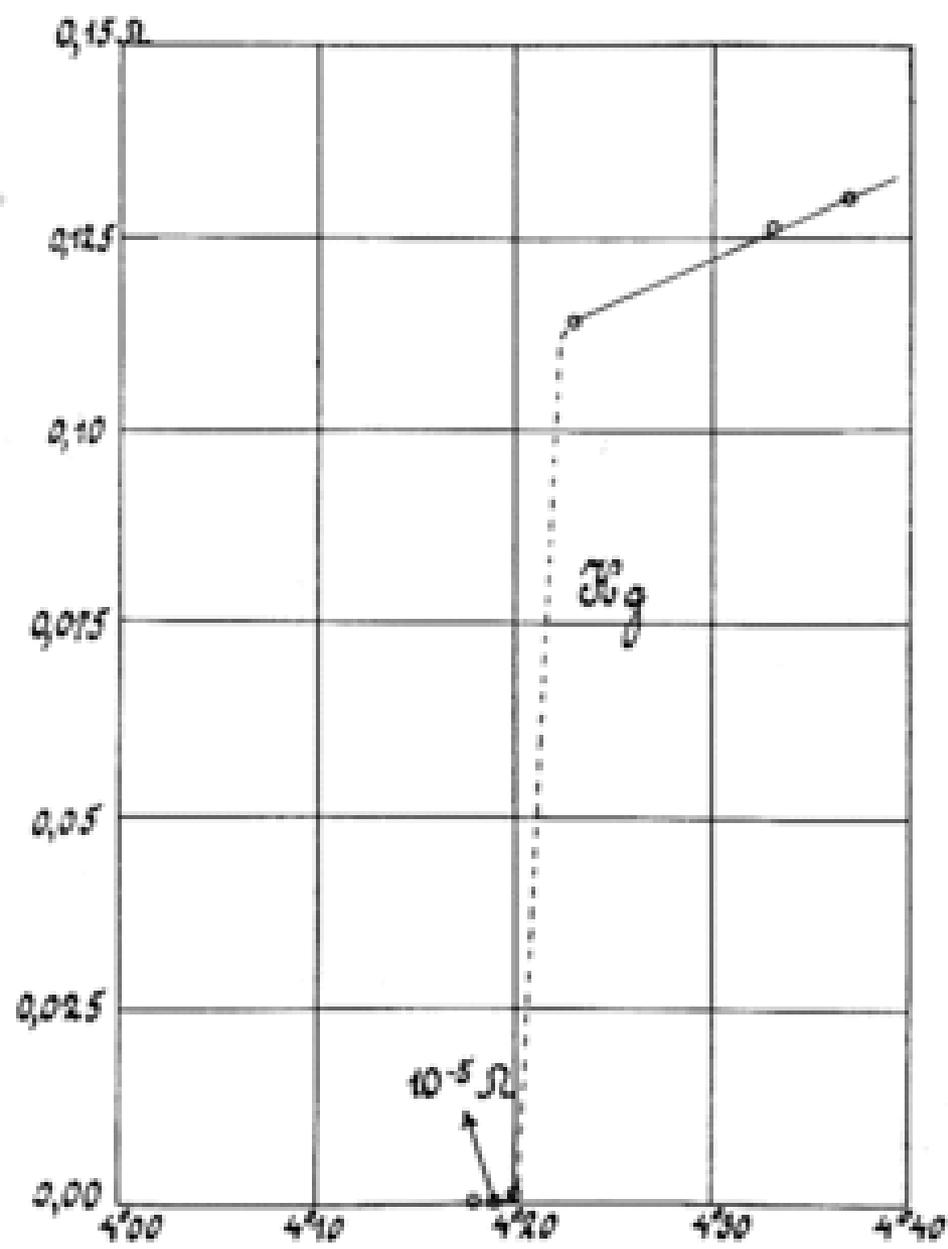
Bolometri

Calcolatore superconduttore

HTC e scienza dei materiali

- 1900 Paul Drude teoria cinetica agli elettroni nei metalli
- 1901 Lord Kelvin $T=0$ resistenza infinita (gli elettroni si congelano nel reticolo)
- 1906 Kamerlingh Onnes trova che per Pt, Au la resistenza si livella, se vengono purificati più basso il valore della resistenza





$R=0$

- 1911 Kamerlingh Onnes usa Hg resistenza va a zero
- 1912 Sn (3.8 K), Pb (7.2 K) - >corrente critica
- 1913 Premio Nobel a [Kamerlingh Onnes](#)
- 1914 magnete di Pb in teoria di allora 10 T in pratica 0.06 T (primo insuccesso): vi è un campo critico-> non si possono fare magneti superconduttori
- Esiste un campo magnetico critico a cui per la legge di Ampère è associata una densità di corrente critica

$$B=0$$

1933 Meissner ed Ochsenfeld:
superconduttori sono diamagneti
perfetti $B=0$

1935 Fratelli London prima
spiegazione, eq. di London:

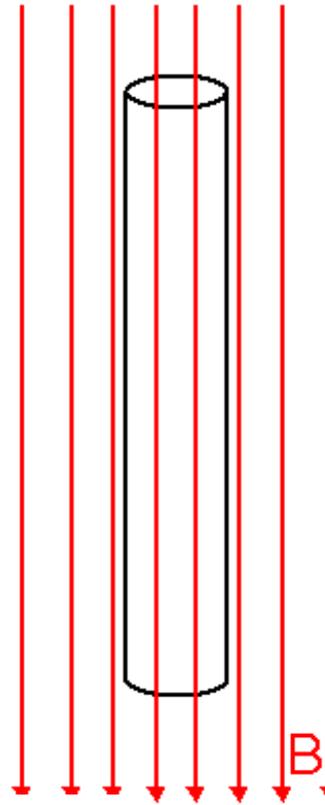
$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} \quad \rightarrow \quad \frac{d\vec{J}}{dt} = \frac{n_s e^2}{m} \vec{E}$$

$$\nabla^2 B = -\frac{ne^2 \mu_o}{m} B \quad \longrightarrow \quad B = B_o e^{i x =, L}$$

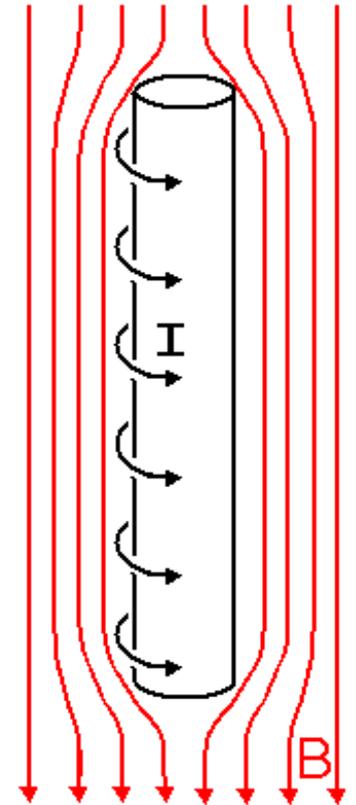
$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m}{\mu_o n_s e^2}}$$

Video: www.youtube.com/watch?v=J1jzJKnpahA&t=8s

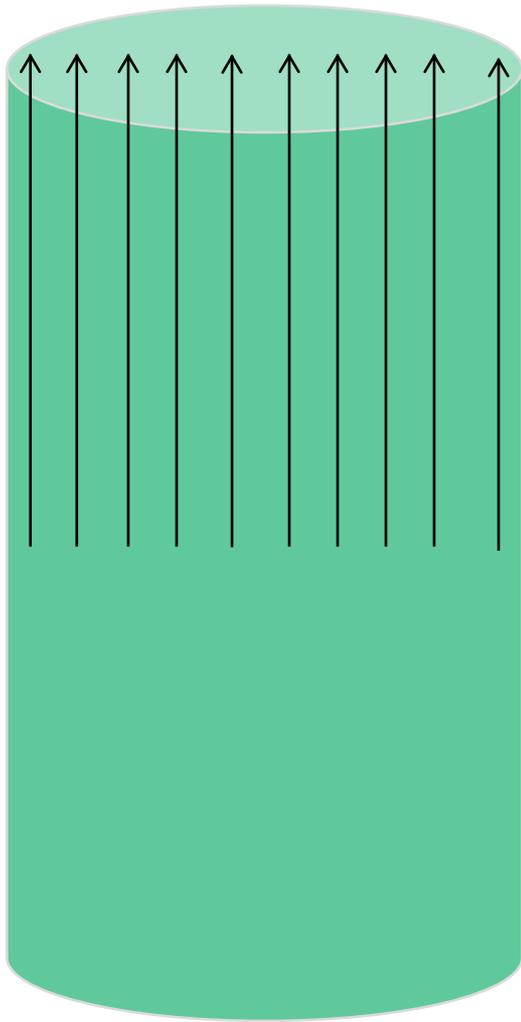
$T > T_c$



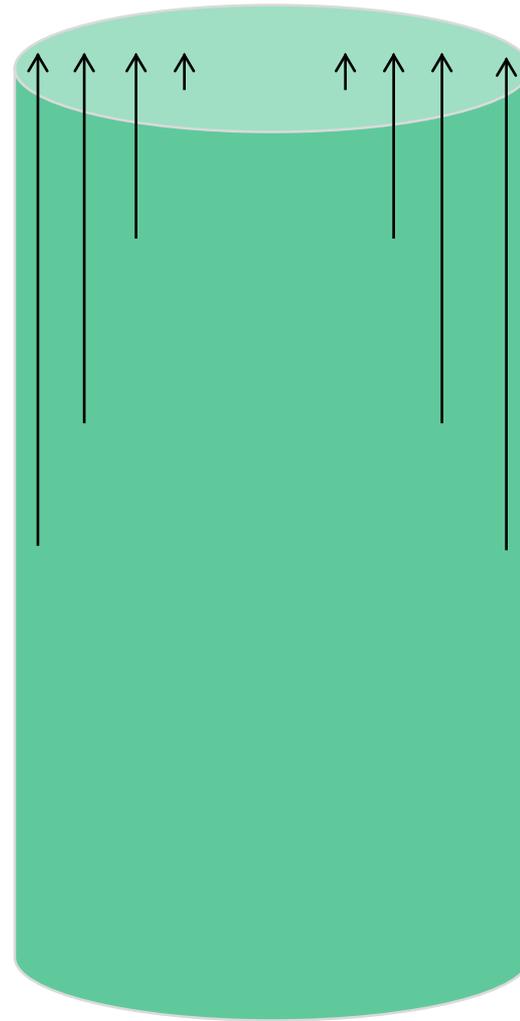
$T < T_c$



Elemento	B (T)	λ_L (nm)	T_c (K)
Al	0.01	16	1.2
Pb	0.08	110	7.19
Nb	0.82	39	9.26



La densità di corrente non dipende dalla distanza da bordo in un metallo: legge di Ohm



La densità di corrente dipende dalla distanza da bordo in un superconduttore

I superconduttori II tipo

1935 scoperta nuovo tipo

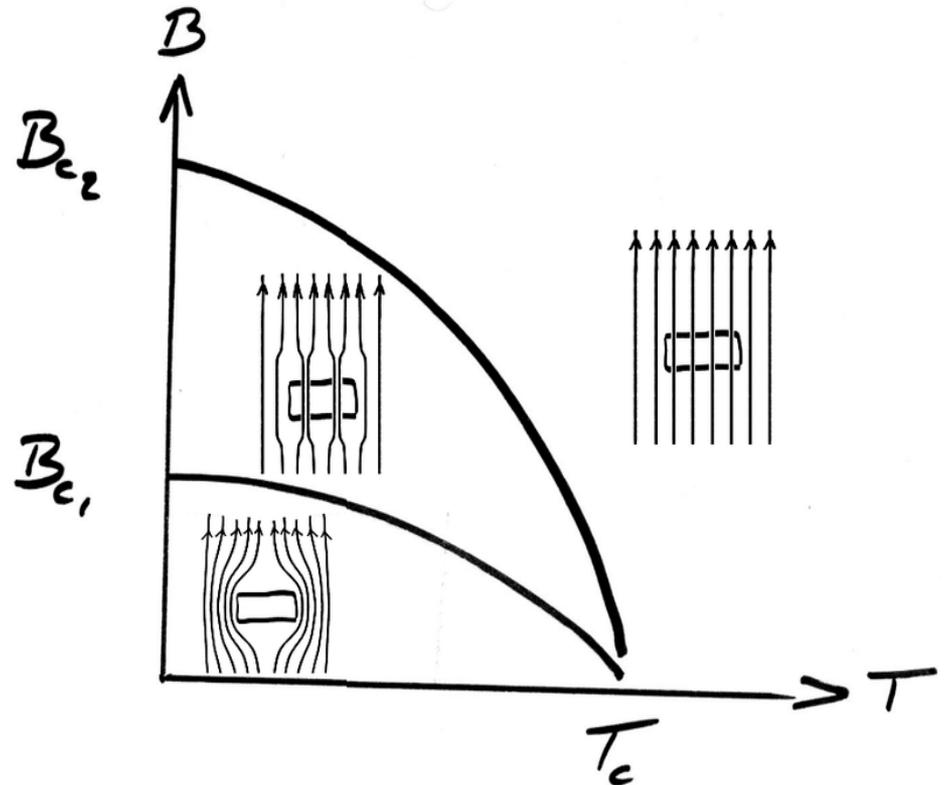
!959 Vortici di Abrikosov
(2003 premio Nobel)

Pinning dei vortici

Metà anni '50 Nb_3Sn , Nb_3Al ,
 NbTi $T_c > 10$ K

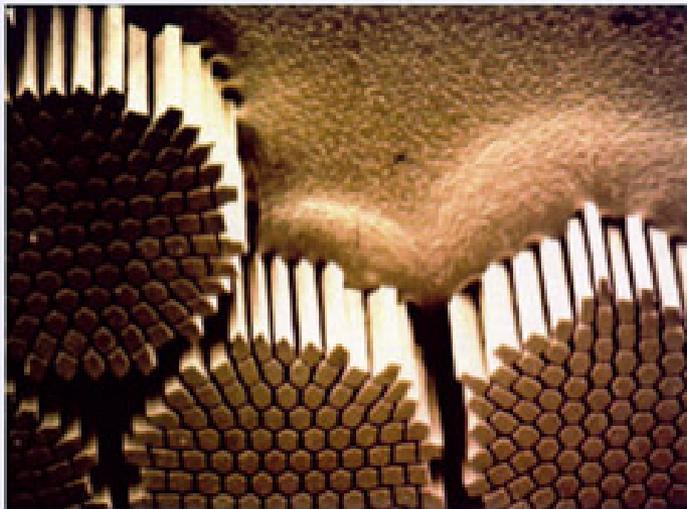
Anni '60 cavi superconduttori

Magneti anni '80

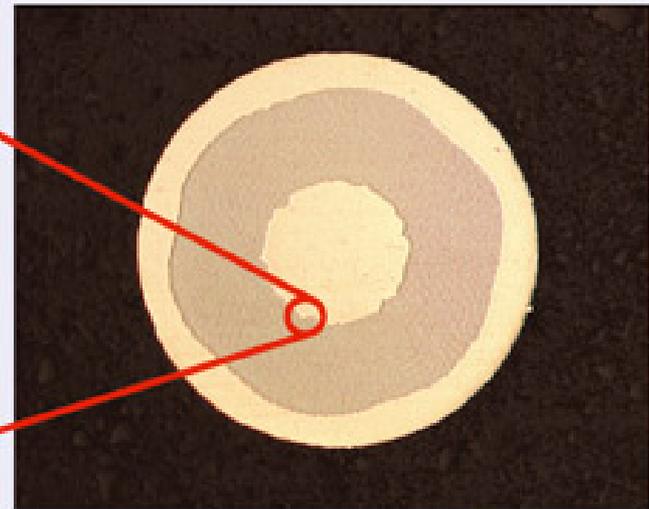


Lega	H_{c2} (T)	T_c (K)
Nb_3Al	24	18
Nb_3Sn	30	18.3
NbTi	10	10

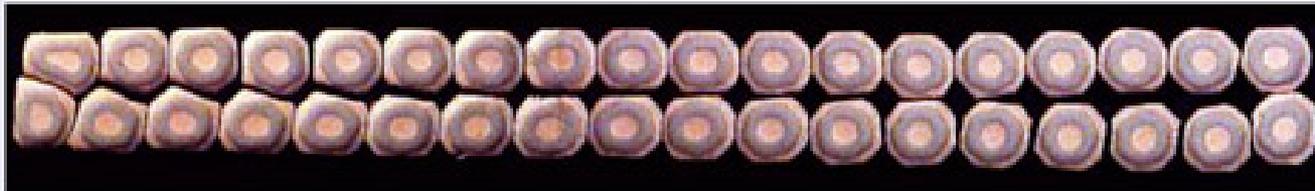
https://it.wikipedia.org/wiki/Supercoduttività_del_II_tipo



Fine filaments of Nb-Ti in a Cu matrix



Full cross-section



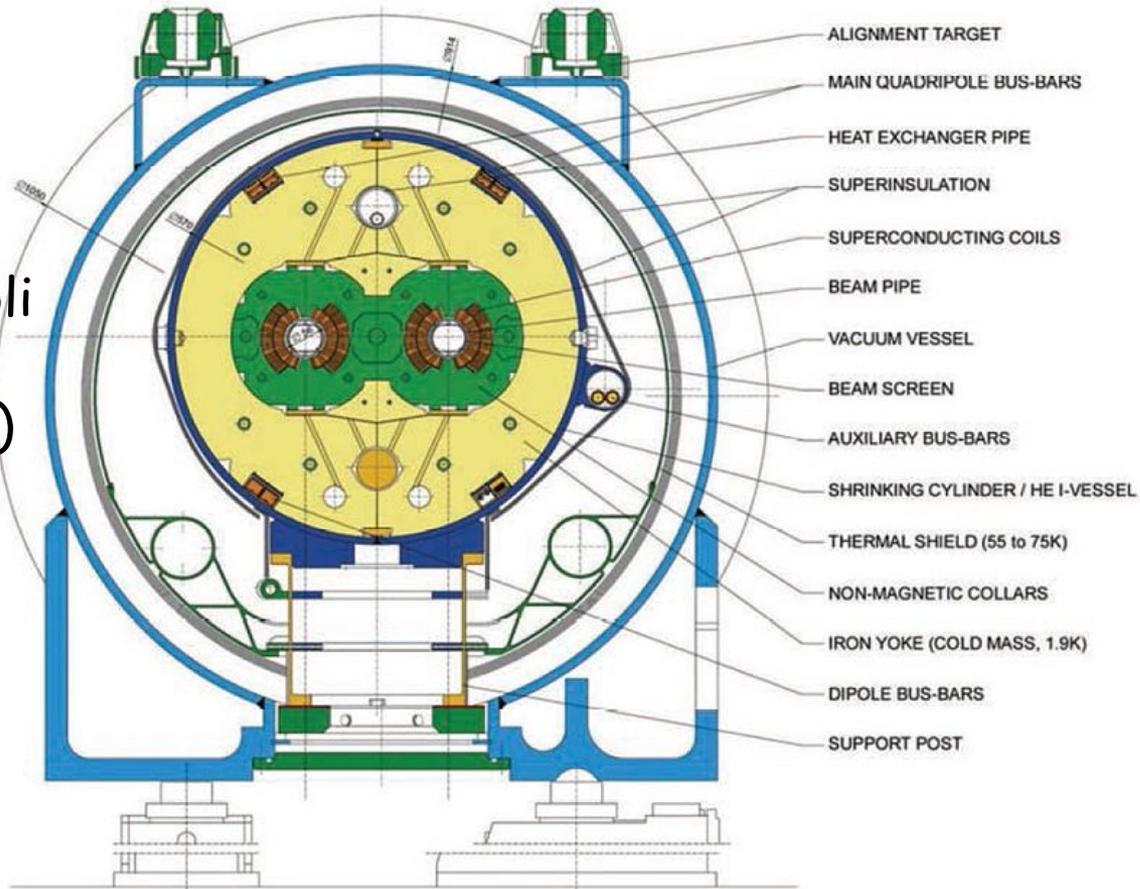
Rutherford cables: cross-section



View of the flat side, with one end etched to show the Nb-Ti filaments



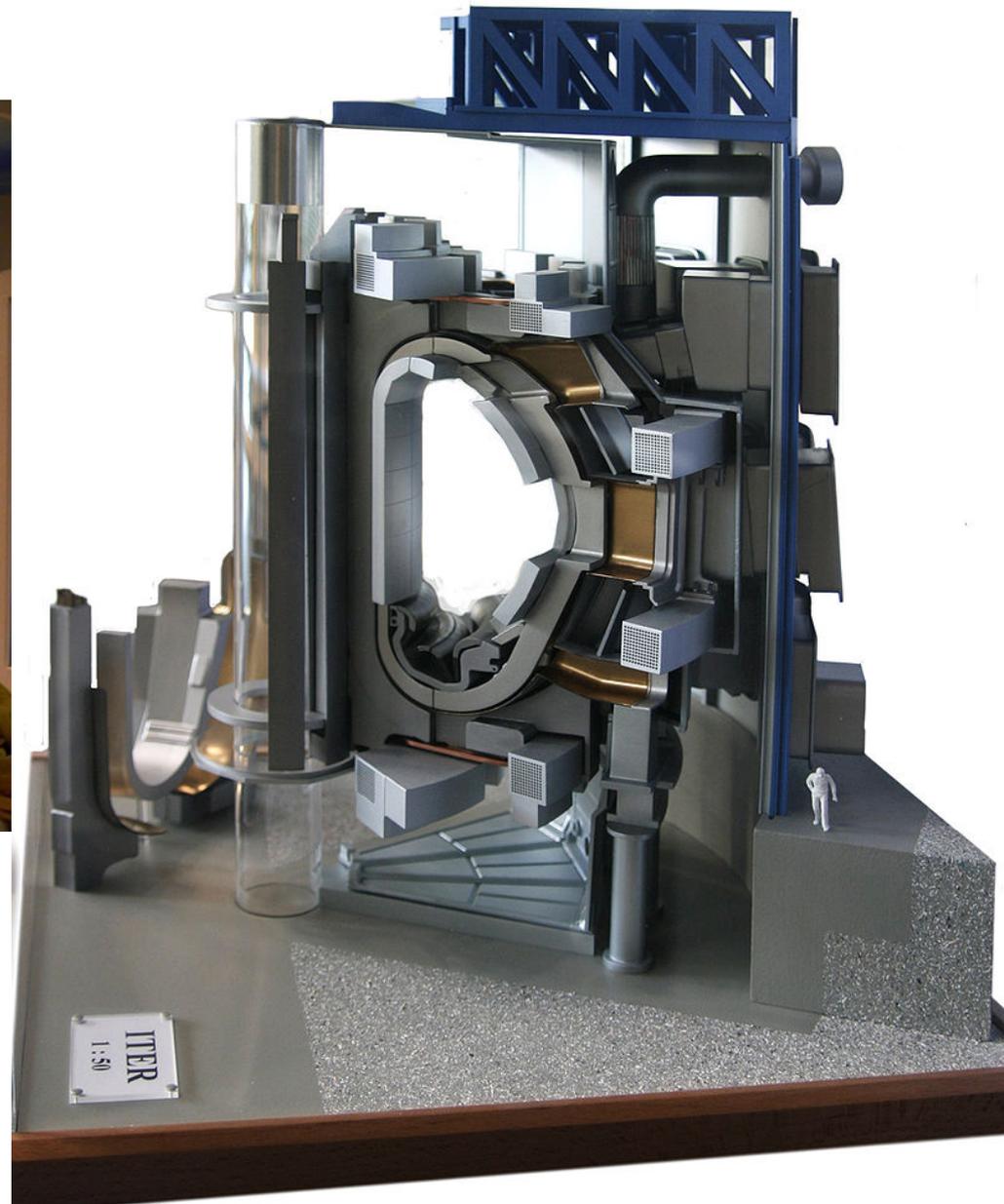
Uno dei 1283 dipoli da 8.3 T di 15 m a 1.7 K (superfluido)



MRI 3 T 4.2 K con cryooler,
1000 l, 10 anni



Magneti di ITER: NbSn 13.5 T
(solenoidi centrale), 18 toroidi
NbTi 11.8T



Applicazioni di potenza

Risuonatori ad alto Q

Filtri per telecomunicazioni (HTC)

Motori

Generatori

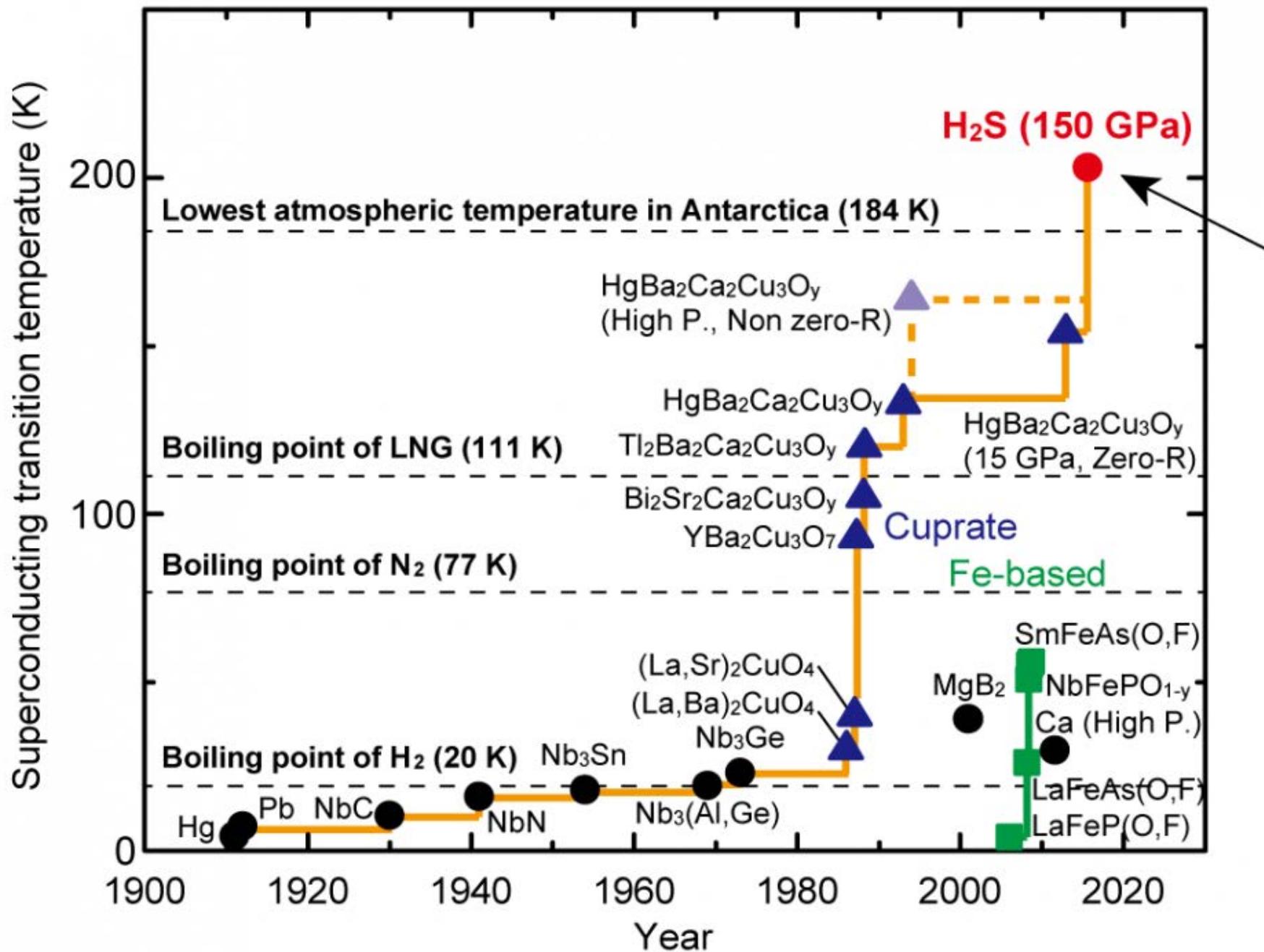
Immagazzinamento energia

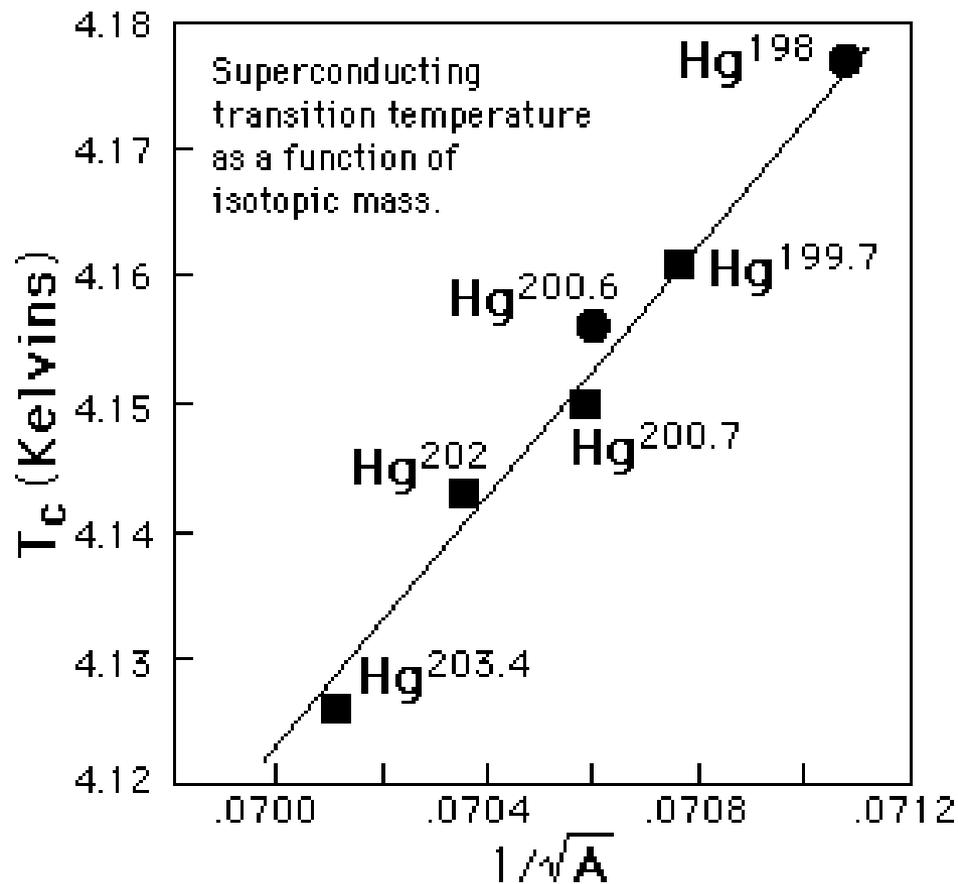
(en.wikipedia.org/wiki/Superconducting_magnetic_energy_storage)

Levitazione magnetica dei treni ultraveloci (MAGLEV)

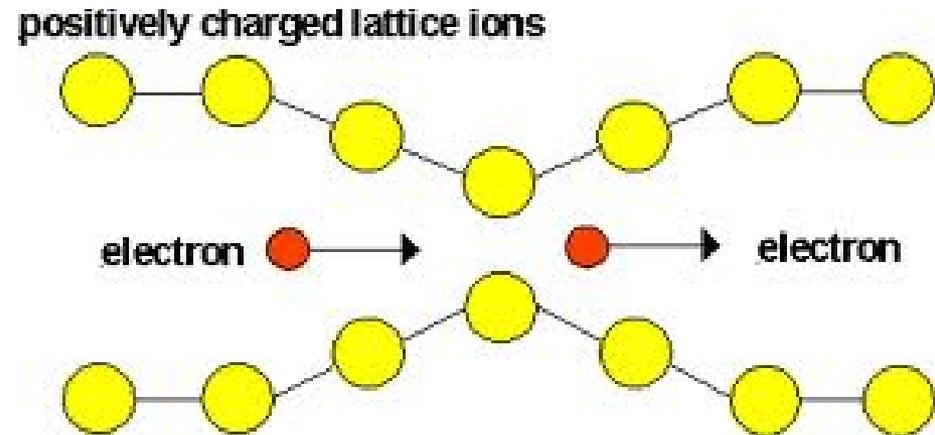
Trasmissione energia elettrica

Applicazioni dei HTC ai magneti





Effetto isotopico 1950-51
 Coppie di Cooper (elettroni sono attratti attraverso la deformazione del reticolo)



Cooper pair moving through lattice

Bardeen, Cooper, Schrieffer teoria microscopica
 (Nobel 1972)

https://en.wikipedia.org/wiki/BCS_theory

BCS: modello microscopico

Modello con due fluidi
(quasiparticelle coppie di Cooper)

$$n_s \quad n_{qp}(T \rightarrow 0) \rightarrow 0$$

Energia di legame delle coppie di Cooper (Energy gap)

$$\Delta(0) = 1.76k_B T_c$$

Lunghezza di correlazione
(dimensione coppie di Cooper)

$$\xi_o = \frac{\hbar v_F}{\pi \Delta} \quad \xi(T) = \frac{\xi_o}{\sqrt{1 - (T / T_c)^4}}$$

Lunghezza di penetrazione

$$\lambda_o = \sqrt{\frac{m}{4n_s e^2 \mu_o}} \quad \lambda(T) = \frac{\lambda_o}{\sqrt{1 - (T / T_c)^4}}$$

Teoria di Ginsburg-Landau (1950): parametro d'ordine del condensato di Bose fluido carico

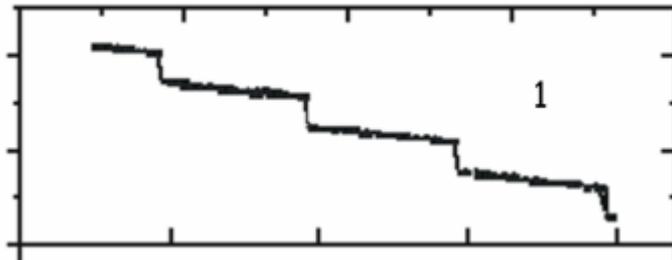
$$\Psi(\vec{r}) = \sqrt{n_s} e^{i\varphi(\vec{r})}$$

n_s densità di superfluido

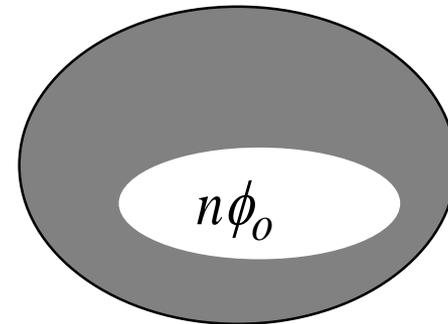
φ fase del superfluido

Quasi particelle, teoria fenomenologia che risulta in buon accordo con la BCS

Quantizzazione del flusso



Flusso esterno



$$\phi_0 = \frac{h}{2e}$$

1961 R. Doll and M. Nabauer

https://it.wikipedia.org/wiki/Quantizzazione_del_flusso

Quantizzazione del momento angolare di una coppia di Cooper:
 quantizzazione del flusso

$$\vec{p}_s = 2(m\vec{v} + e\vec{A}) \quad \oint \vec{p}_s \cdot d\vec{l} = nh$$

~~$$\frac{2m}{n_s e} \oint \vec{J}_s \cdot d\vec{l} + 2e \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = nh$$~~

$$\phi = \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} \rightarrow \phi = \frac{nh}{2e} = n\phi_0$$

Anche integrale della fase (espressione di Ginsburg-Landau)

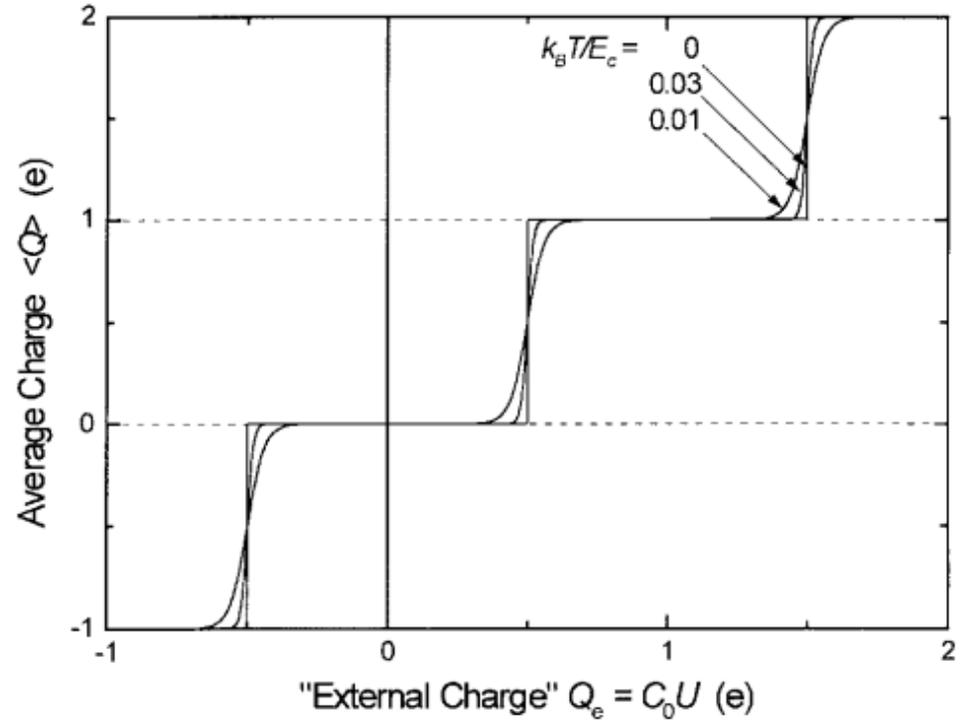
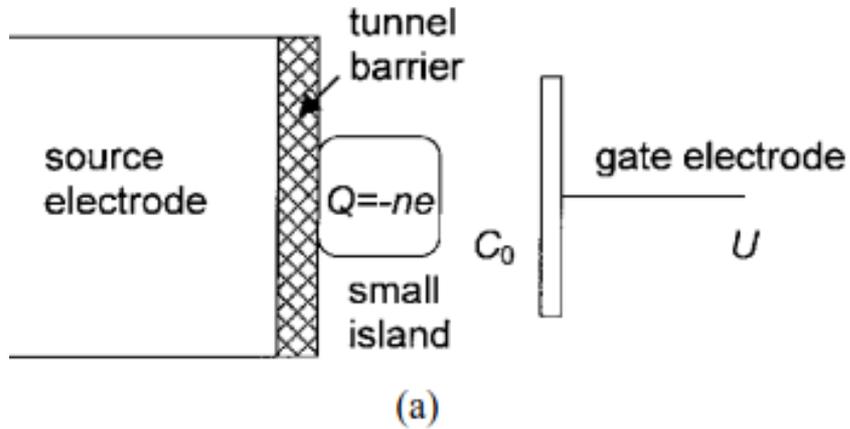
Condizione per osservare :

$$\frac{\phi_0^2}{2L} \gg k_B T$$

Poiché $\phi_0 \sim 2.07 \cdot 10^{-15} \text{ (Tm}^2\text{)}$ \longrightarrow $L \ll 0.15 \mu\text{H/T}$

$L \sim \mu_0 r$ \longrightarrow $r \ll 0.12/T \text{ m}$

Quantizzazione della carica: scatola a elettrone singolo

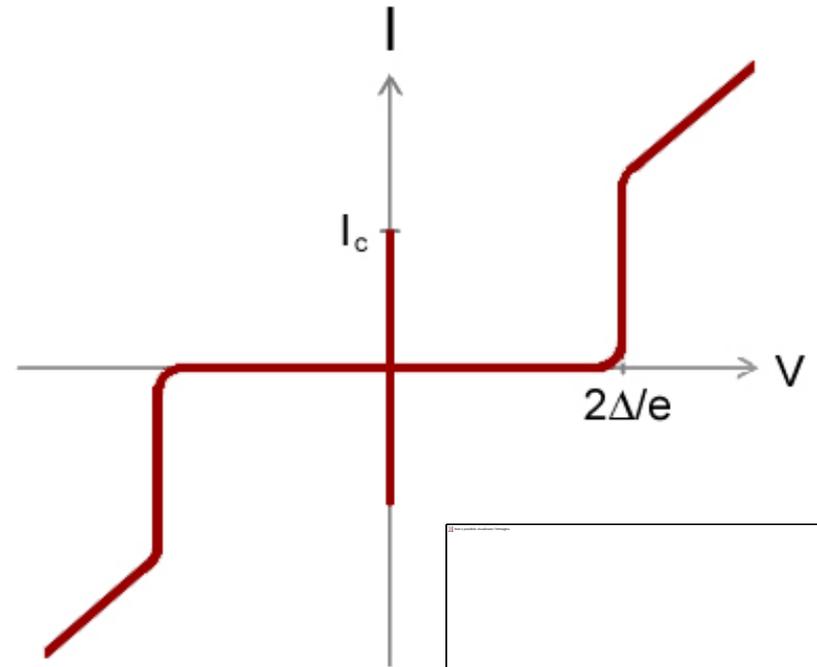
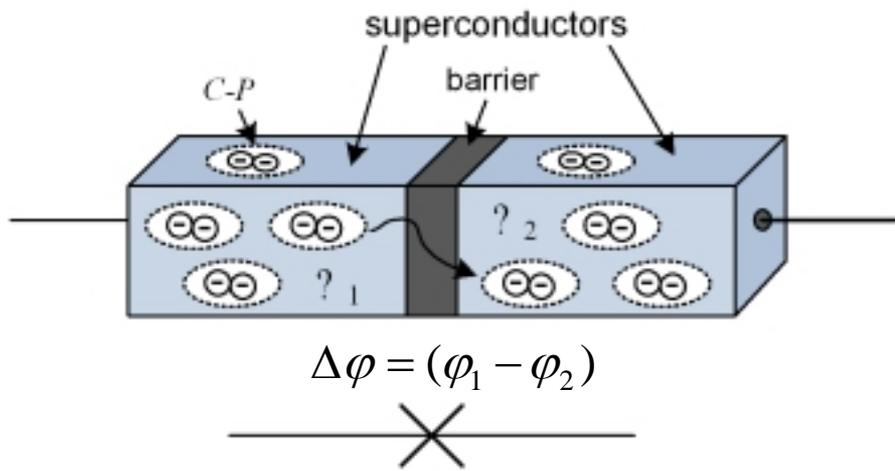


$$E_c = \frac{e^2}{2C_0} \gg k_B T$$

$T \ll 1$ K, $d < 100$ nm

K.K. Likharev Proc.IEEE **87**,606,1999

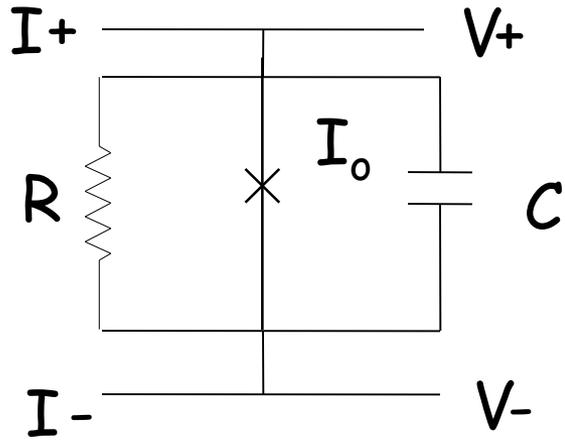
Effetto Josephson 1962



$$I = I_o \sin \Delta\varphi$$

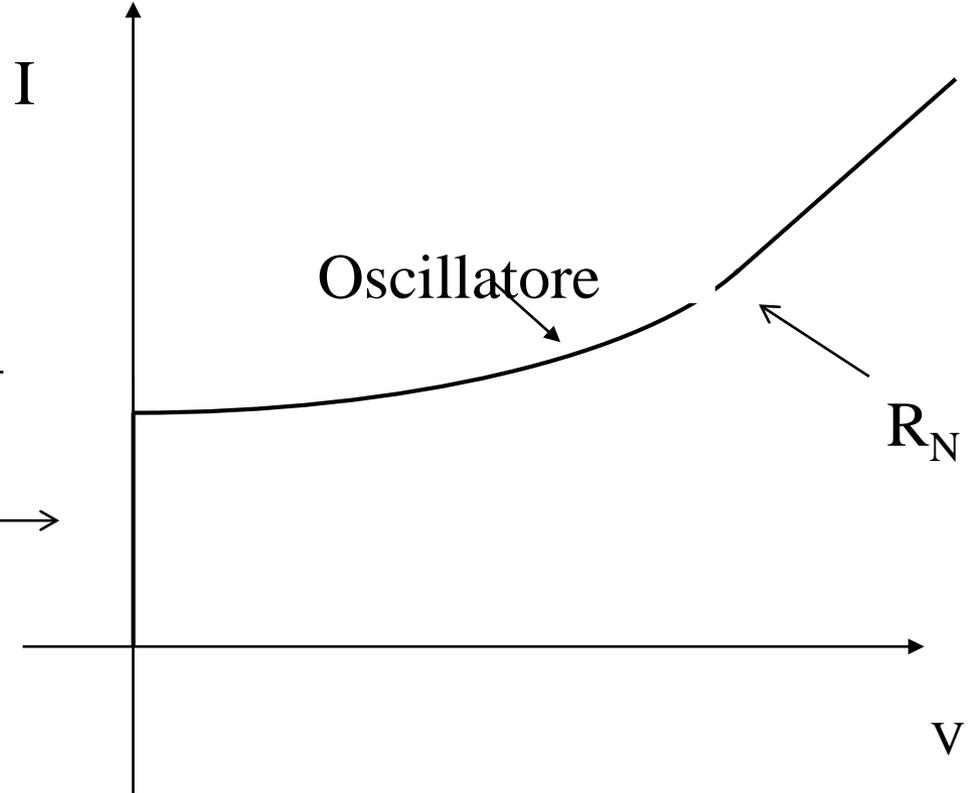
$$\frac{\partial(\Delta\varphi)}{\partial t} = \frac{2e}{h} 2\pi V$$

Schema giunzione Josephson reale



$$I = I_o \sin(\Delta\varphi) + \frac{V}{R} + C \frac{dV}{dt}$$

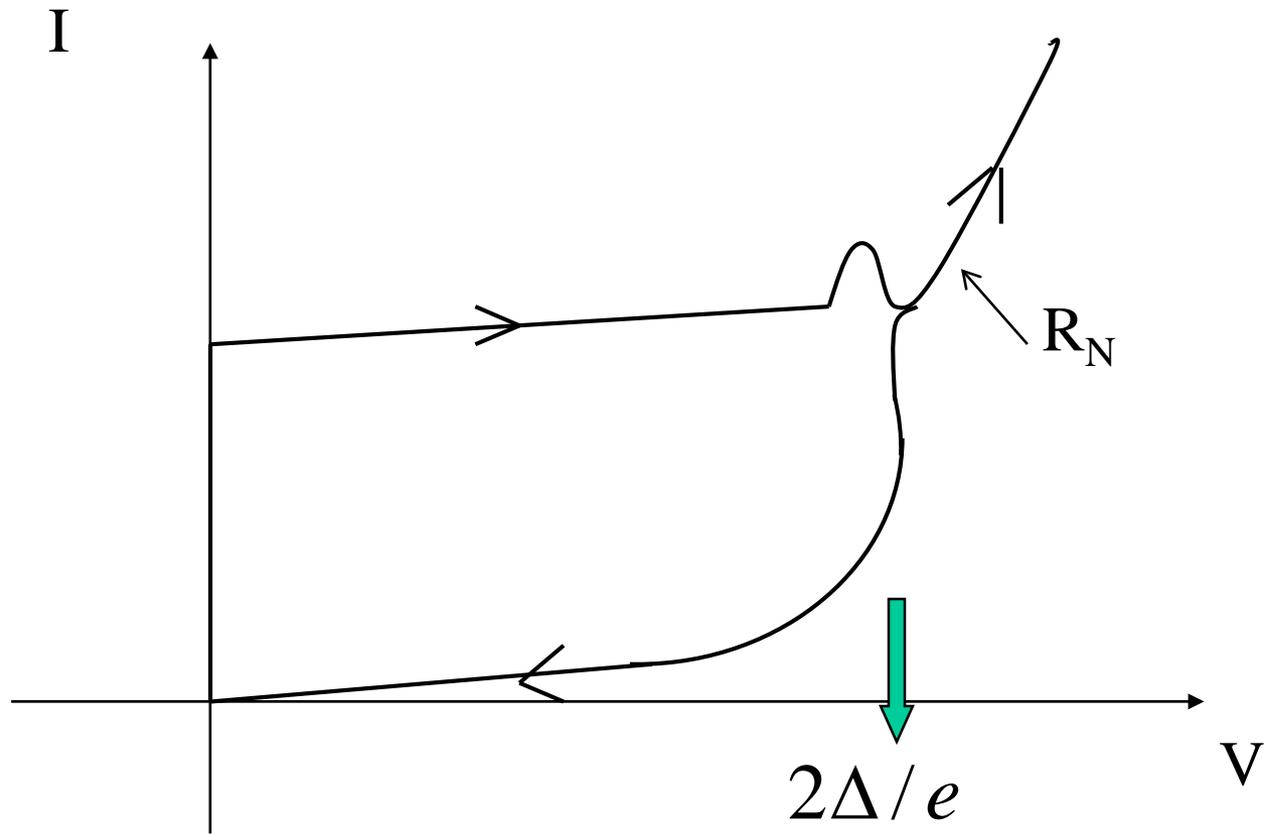
$$I_o \sin \Delta\varphi \longrightarrow$$



Caso bassa resistenza di shunt:

$$I_o R^2 C < 0.1 \phi_o$$

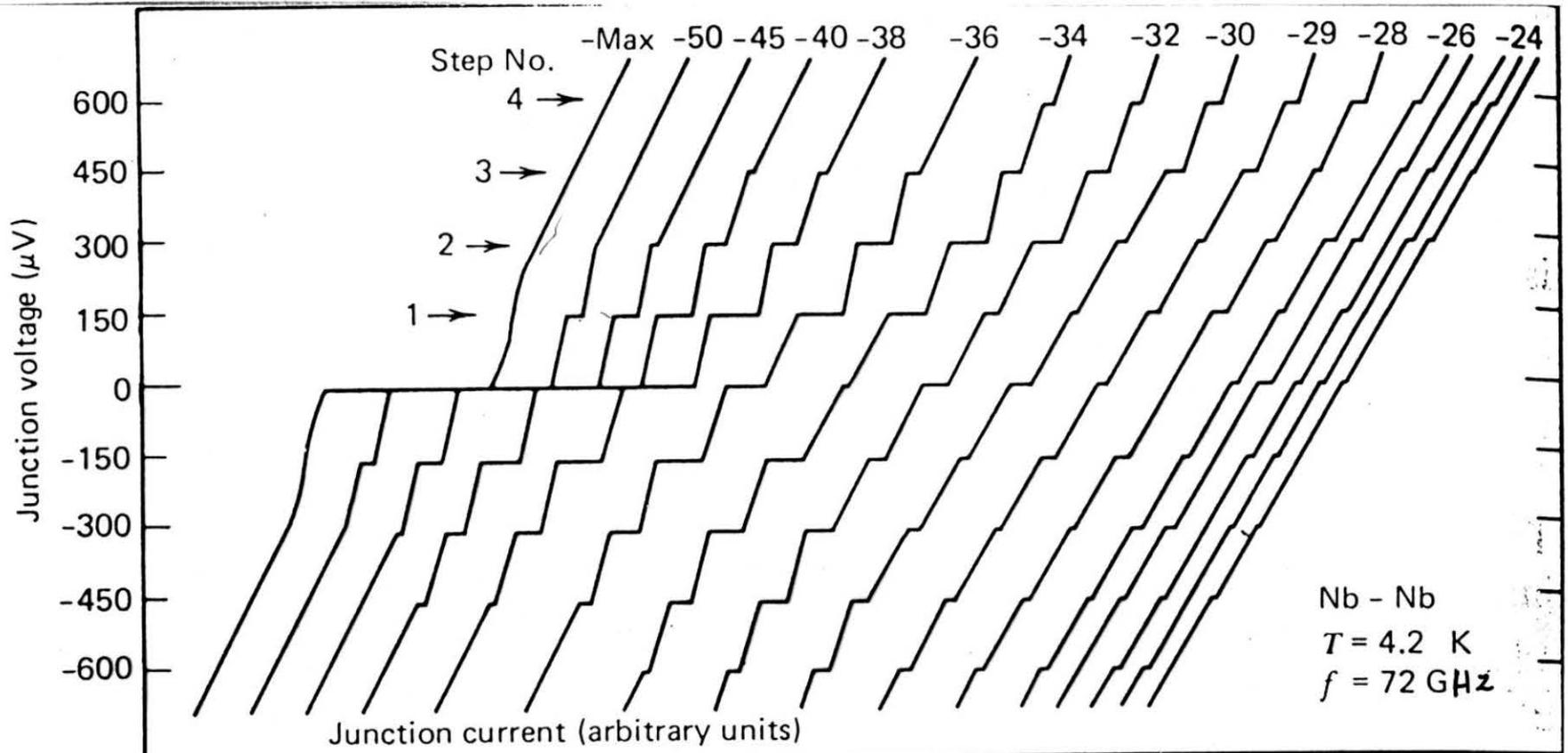
1 μ V ~ 483 MHz:



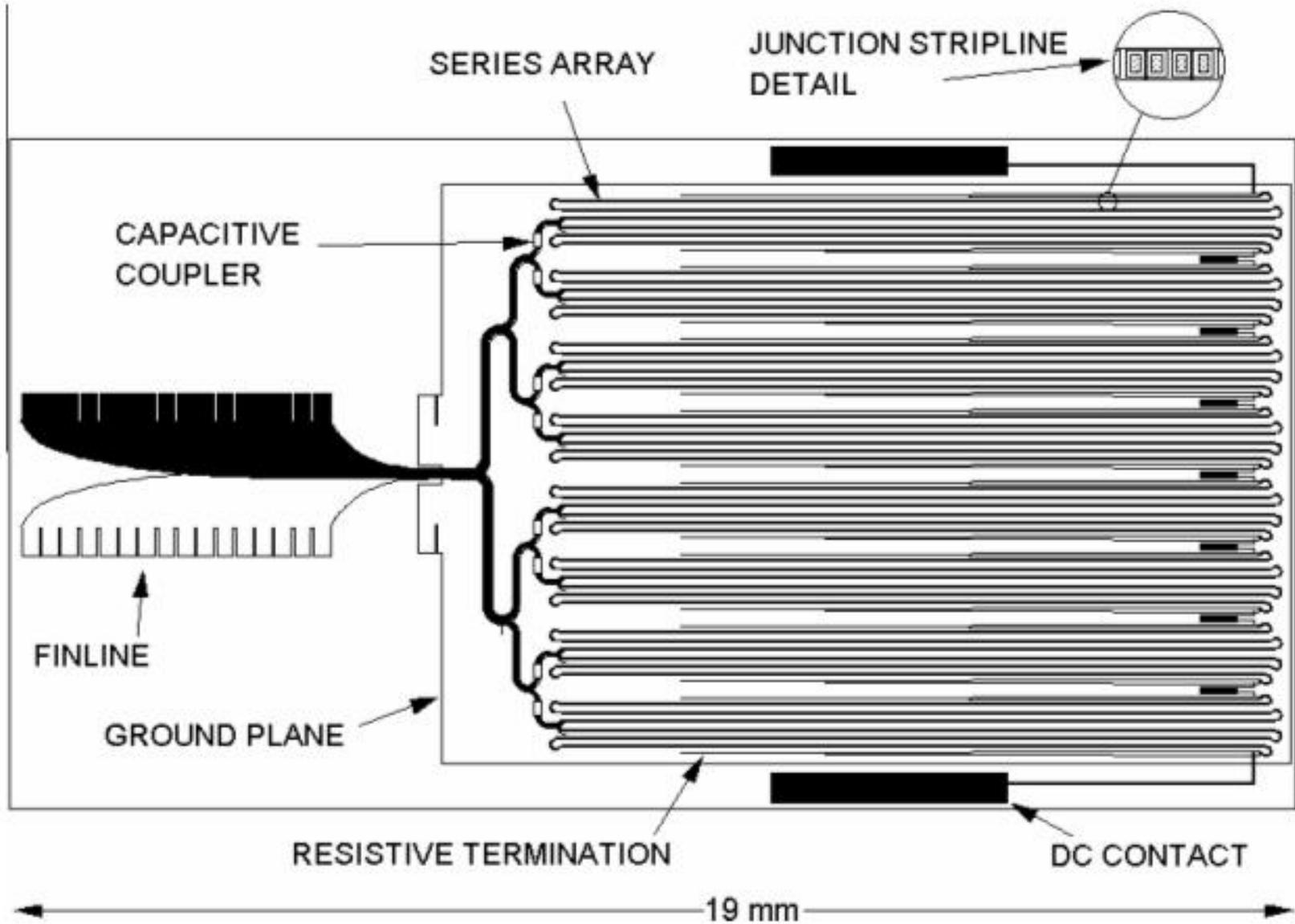
Caso alta resistenza di shunt

$$I_o R^2 C > 0.1 \phi_o$$

Standard di Tensione



Attualmente lo standard di tensione con 28000 giunzioni in serie fornisce 10 V.



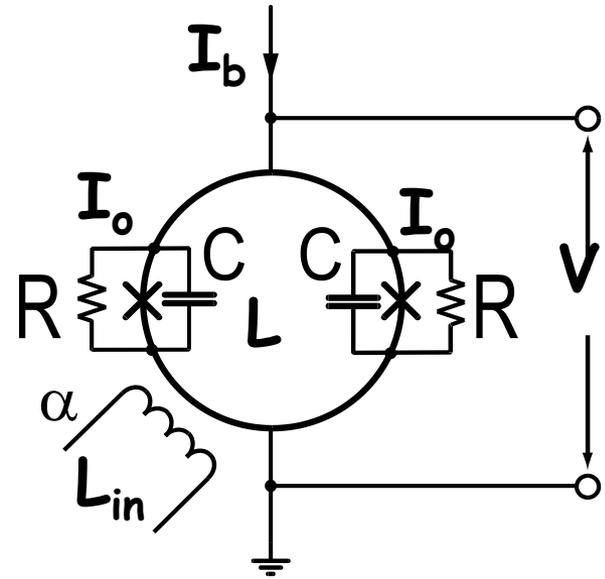
https://en.wikipedia.org/wiki/Josephson_voltage_standard

Ve ne sono 70 nel mondo, 20208 J, 10 V

dc-SQUID

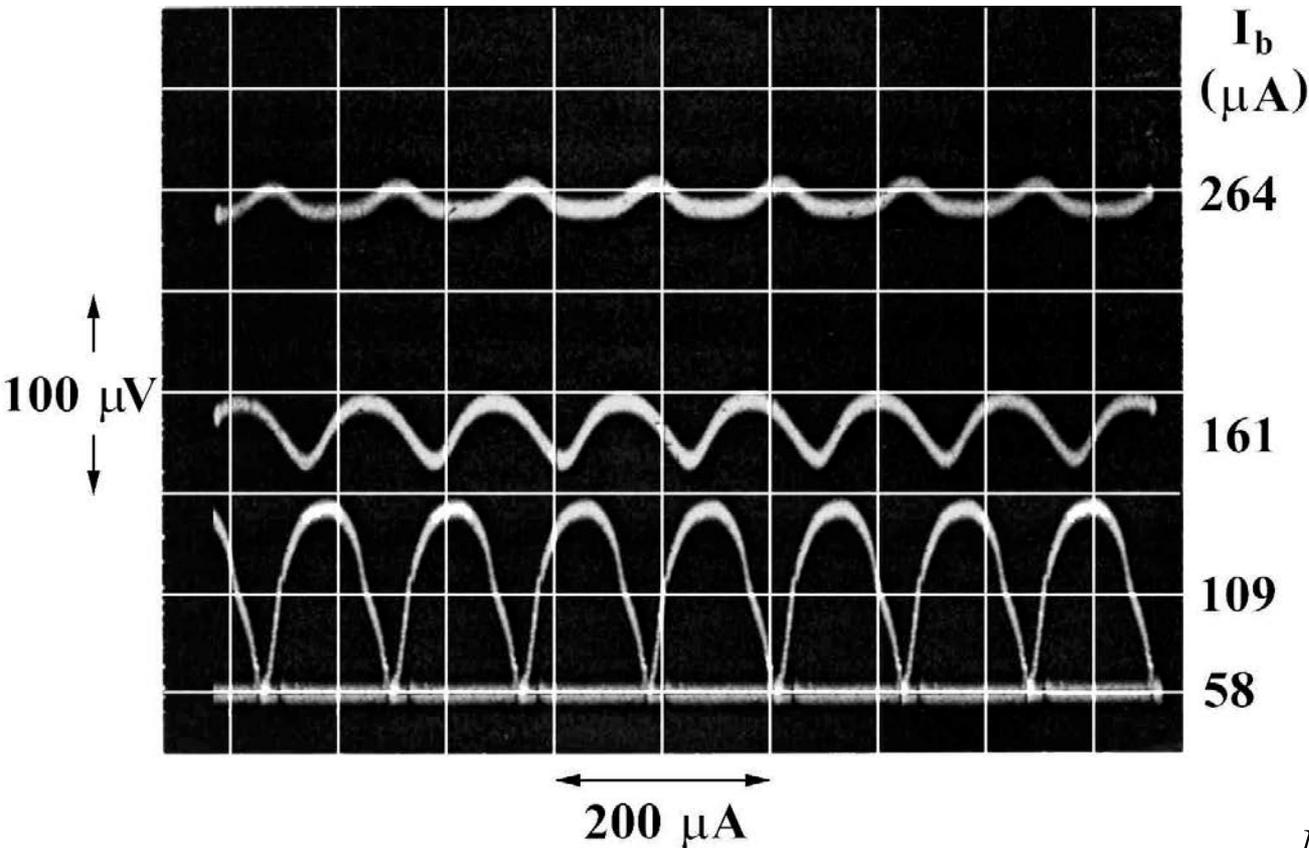
Superconducting QUantum
Interference Device

Magnetometro superconduttore il
flusso magnetico in ingresso viene
convertito in una d.d.p. ai capi del
dispositivo.



- Anello superconduttore di induttanza L
- 2 giunzioni Josephson: corrente critica I_0 , resistenza di shunt R , capacità C
- Induttanza di ingresso L_{in} , costante di accoppiamento α
- Due oscillatori non lineari accoppiati

L'interferenza tra i due oscillatori è modulata dal flusso magnetico esterno per cui ad una certo valore della polarizzazione la d.d.p ai capi del dispositivo è una funzione periodica del flusso magnetico applicato



$$M = \frac{4\phi_o}{I_p} = 13.8 \text{ pH}$$

Ottimizzazione di uno SQUID

Il rumore di Nyquist limita le prestazioni per cui si ricava che

$$\beta_L = \frac{2\pi LI_o}{\Phi_o} \approx \pi$$

Induttanza ridotta

$$\beta_c = \frac{2\pi R^2 I_o C}{\Phi_o} \approx 0.3$$

Parametro di isteresi

$$\Gamma = \frac{2\pi kT}{I_o \Phi_o} < 0.05$$

Parametro di rumore

Rumore Johnson (Nyquist)

Una resistenza R a temperatura T nella banda (B in Hertz) ha un rumore in tensione pari a :

$$V_{noise} = \sqrt{4k_B T R B} \quad I_{noise} = \sqrt{\frac{4k_B T B}{R}}$$

Es: a $T=100$ K, $R=10 \Omega$, con una banda di 10 kHz

$$V_{noise} = 24 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}} \quad I_{noise} = 74 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$$

Correzione quantistica ad alta frequenza quando $h\nu \sim k_B T$

Limite quantistico

$$S_{\varepsilon} = \frac{S_{\Phi}}{\alpha^2 L} \quad S_{\varepsilon} = \gamma_1 kT \frac{L}{R} + \gamma_2 \frac{\hbar}{2}$$

- Ad alta temperatura la sensitività in energia è proporzionale a T
- a bassa temperatura dominano oscillazioni di punto zero (principio di indeterminazione)

Caratteristiche globali

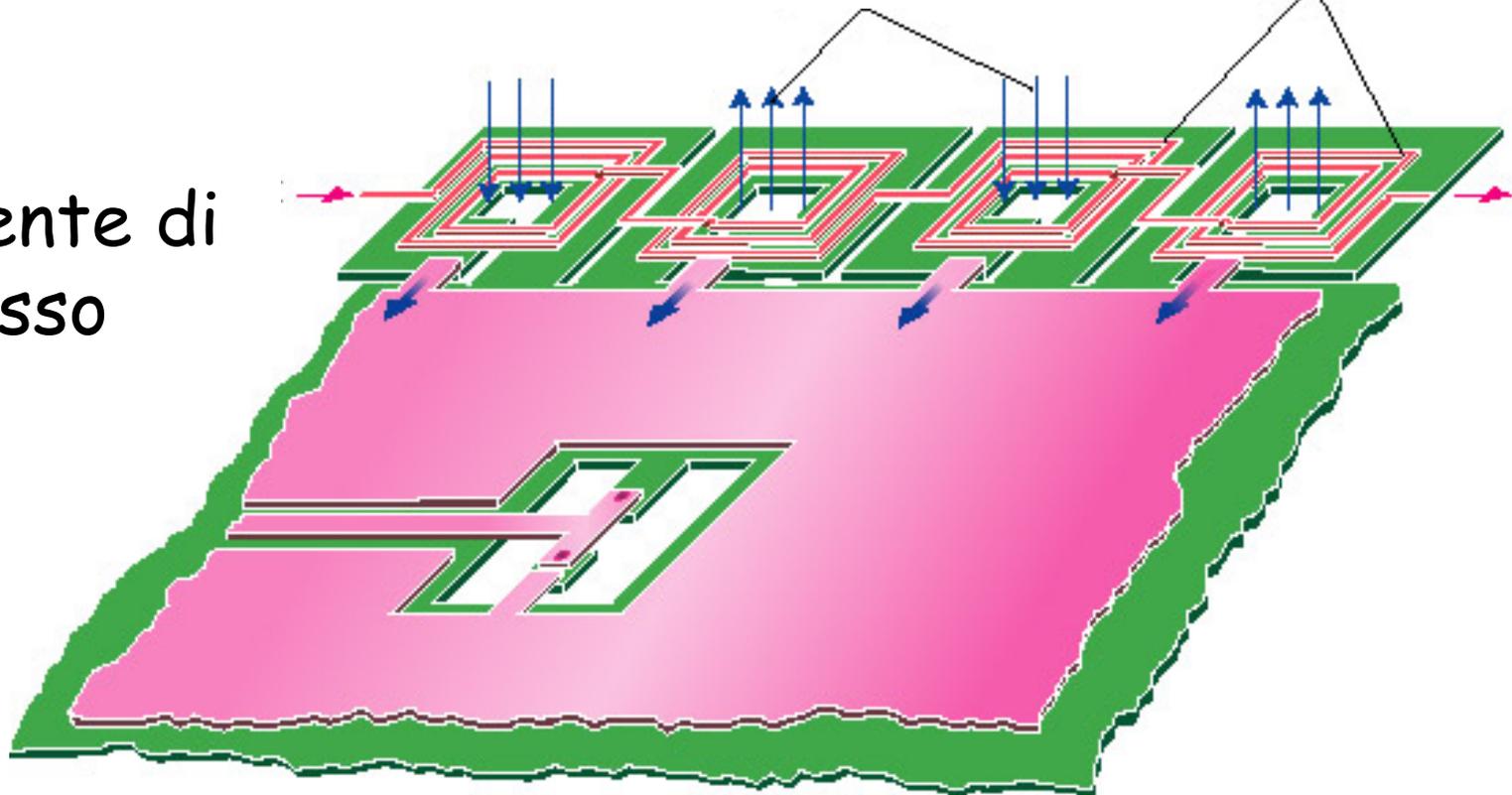
- larghezza di banda tra dc e 100MHz
- induttanza di ingresso $\sim 1 \mu\text{H}$

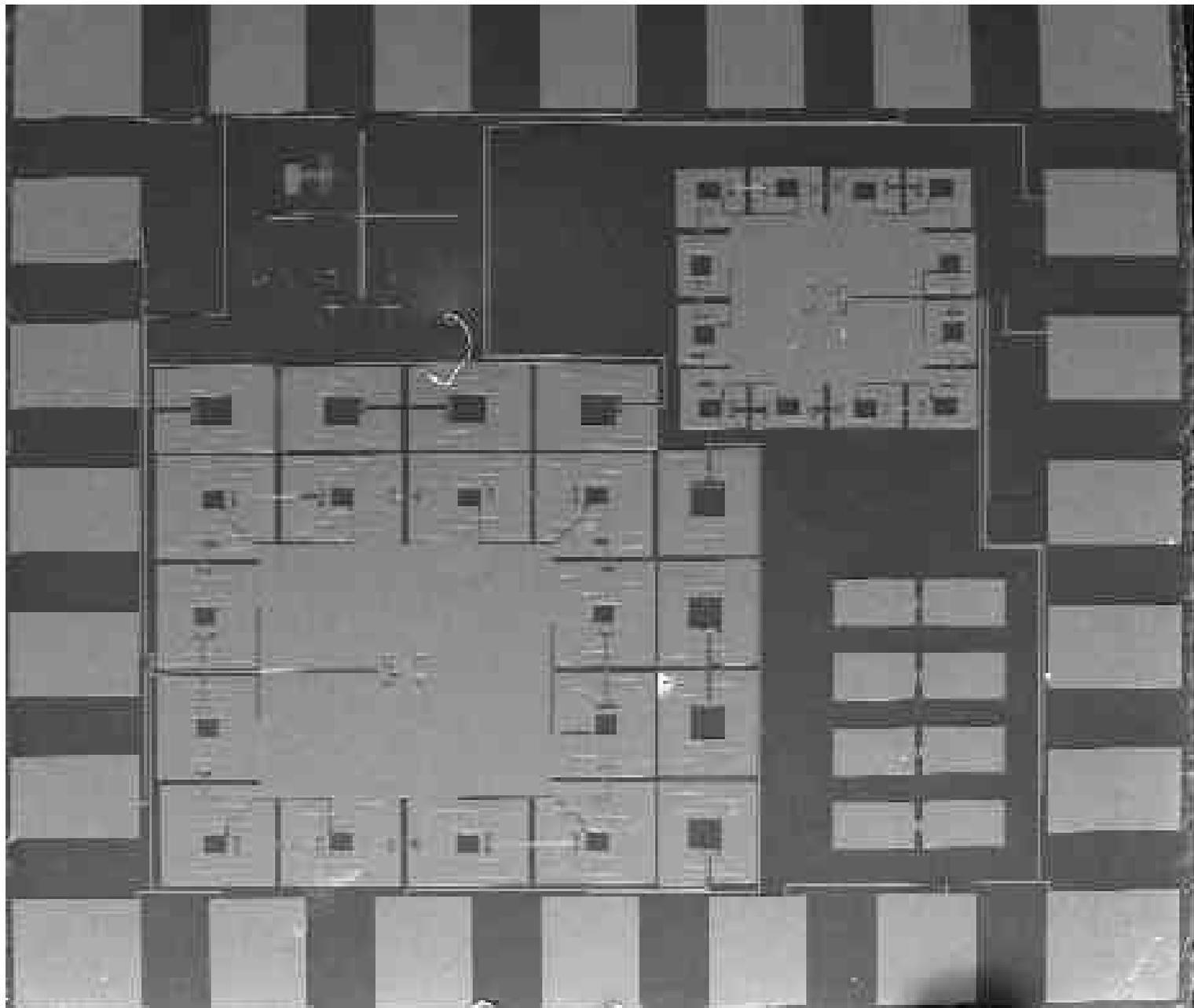
- Schema di un dc-SQUID con bobina integrata

Campo magnetico
generato dalla
corrente nella bobina

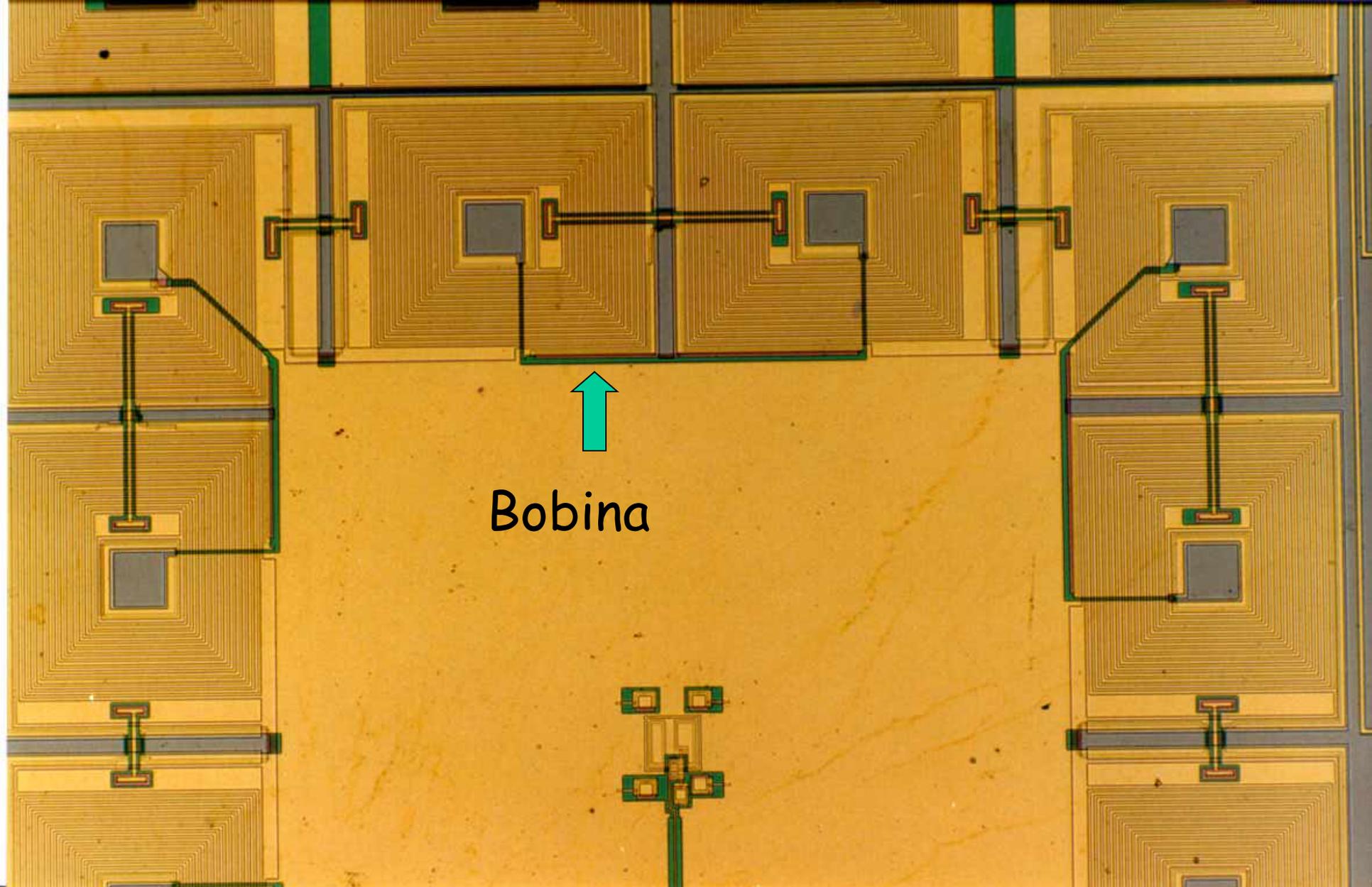
Bobina di
ingresso

Corrente di
ingresso

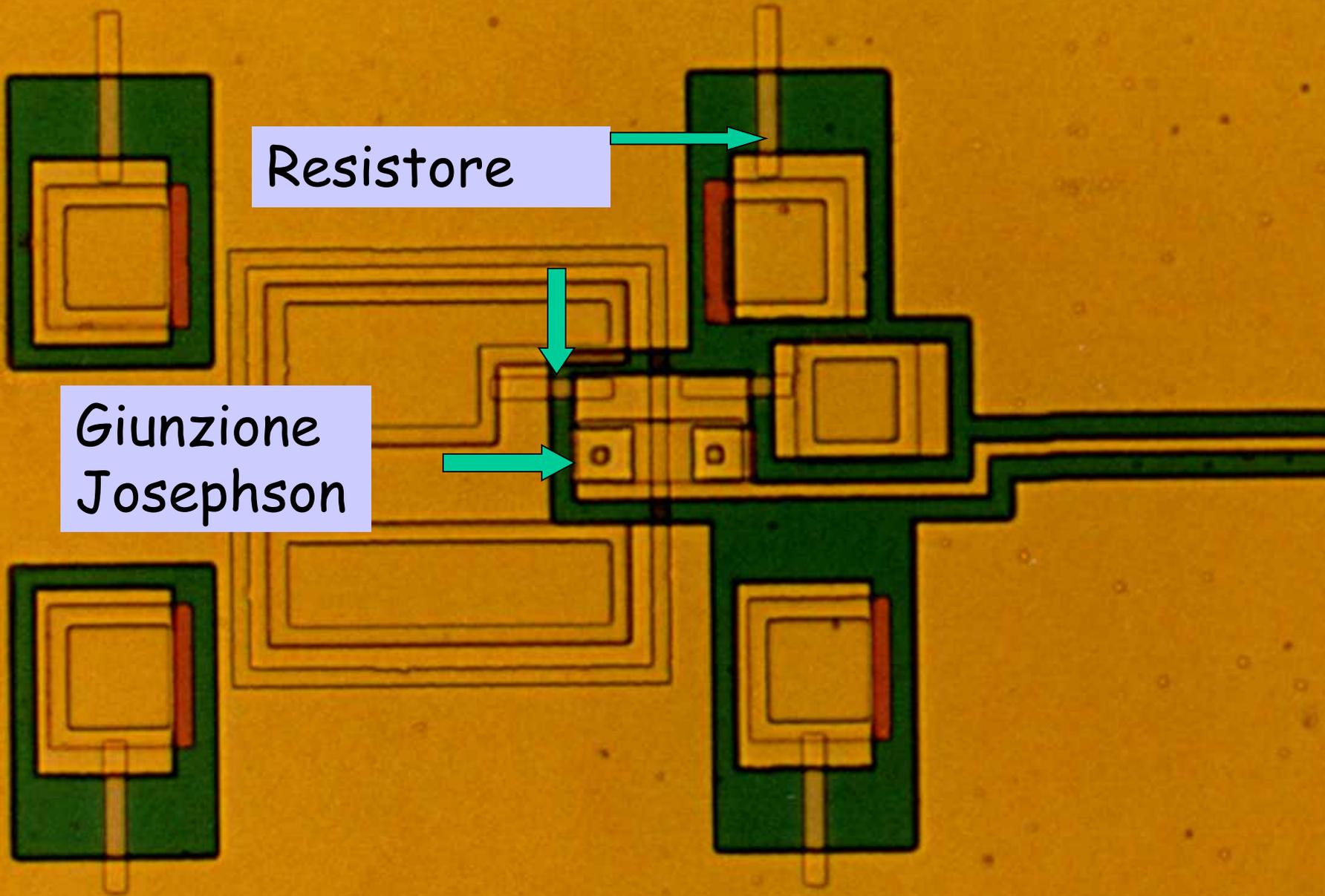




← 6.25 mm →



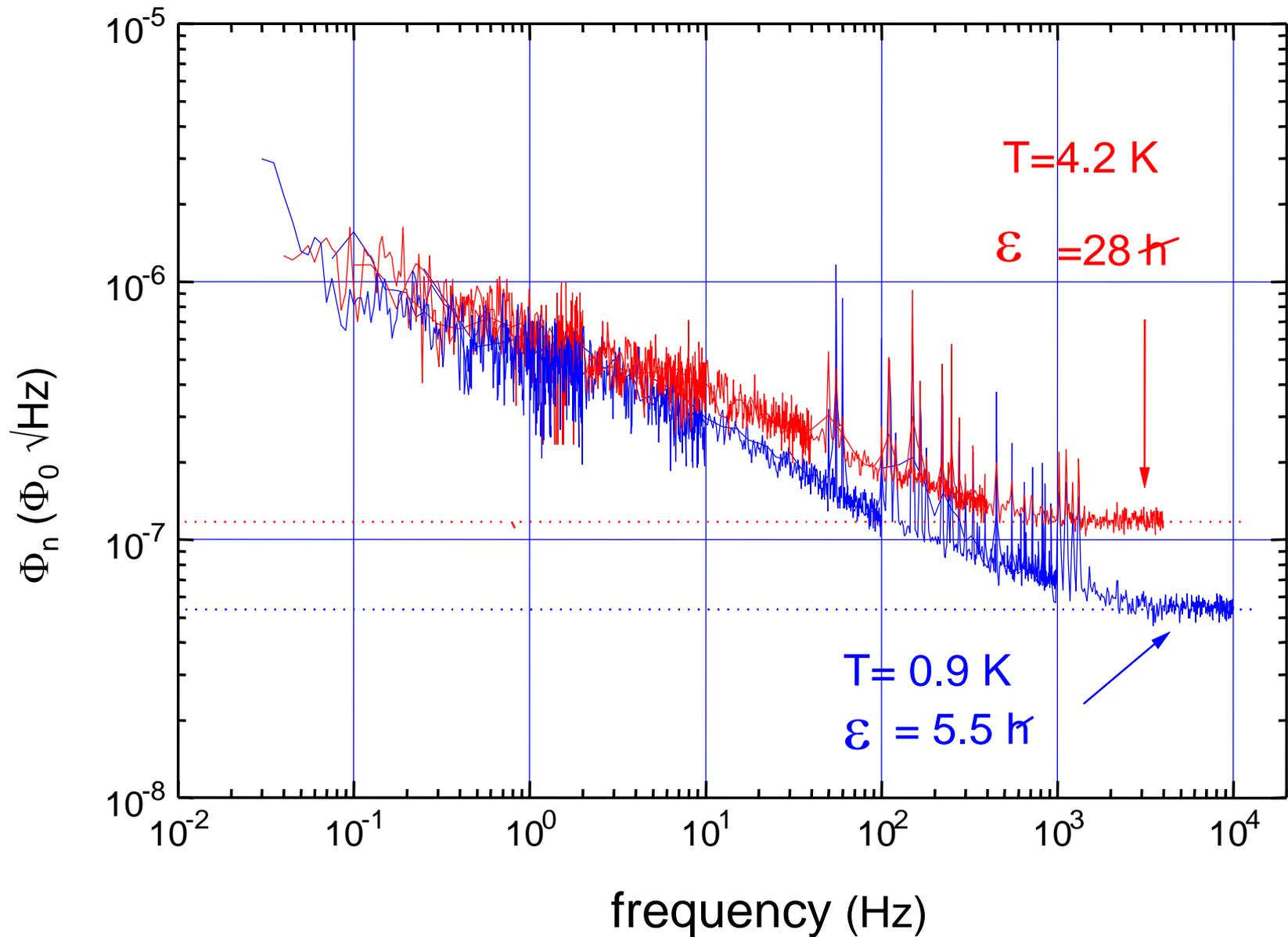
Bobina

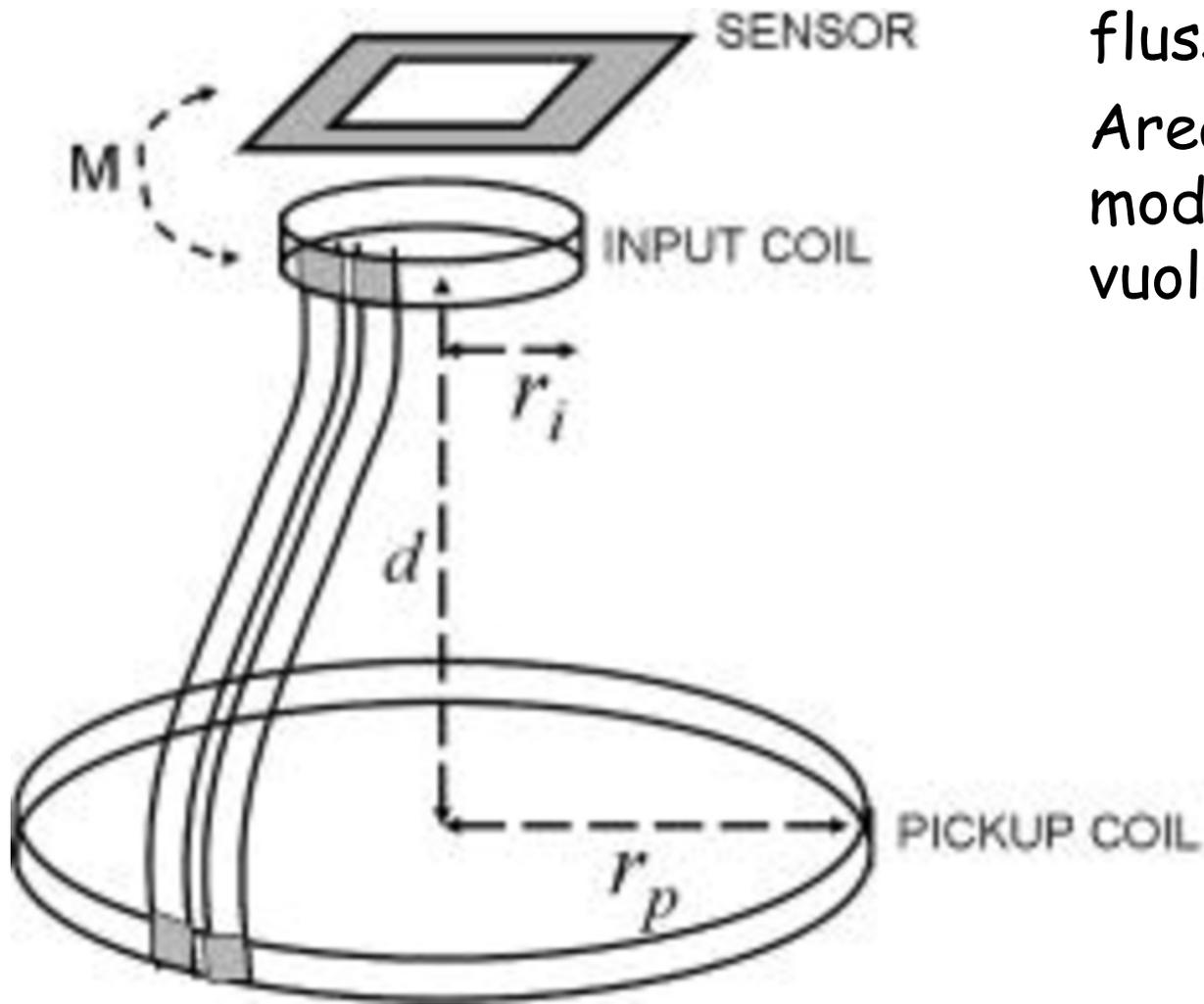


Resistore

Giunzione Josephson

Rumore sperimentale del flusso magnetico





Trasformatore di
flusso:

Area di pick-up
modellata come si
vuole

Biomagnetismo



Es. 306 canali 102 posizioni 2-5 fT/ $\sqrt{\text{Hz}}$.

> 150 sistemi nel mondo

Supercond. Sci. Technol. **27** 044004 (2014)

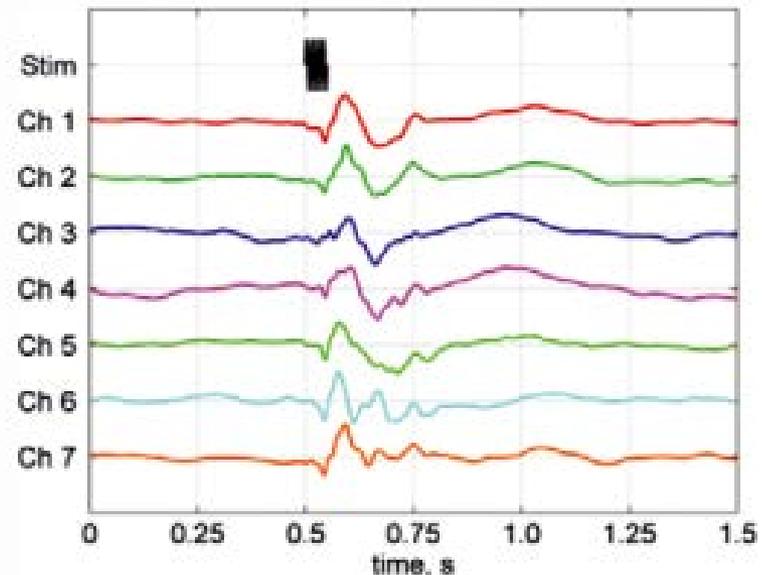
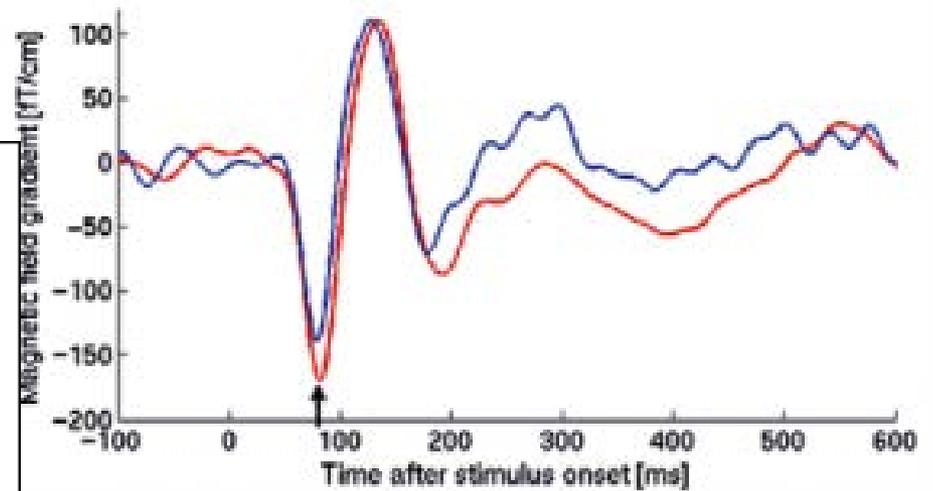
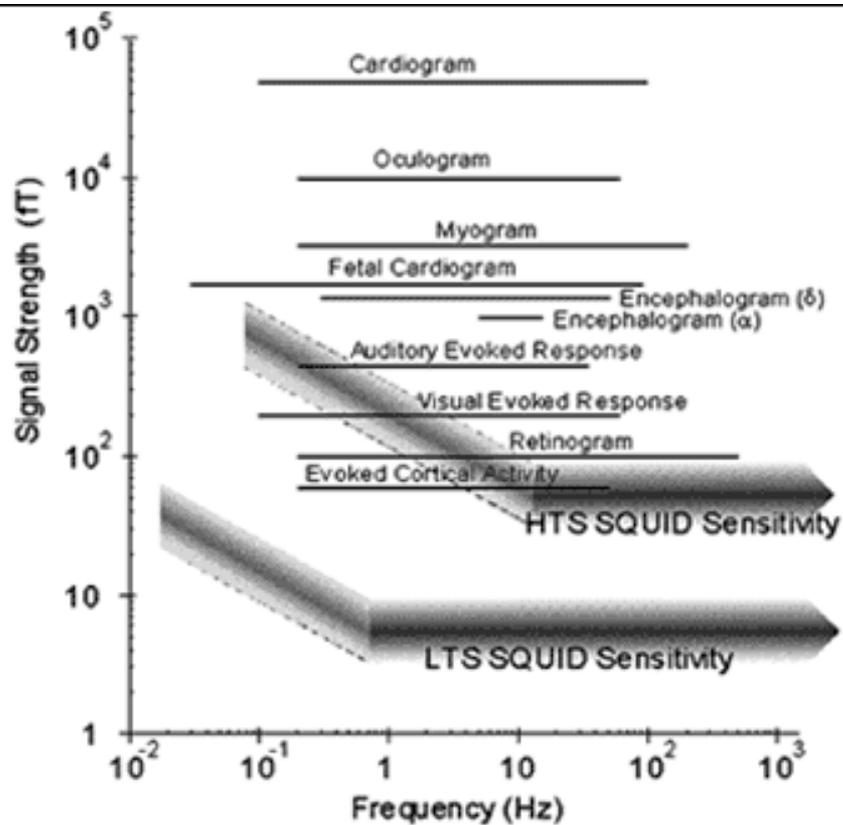
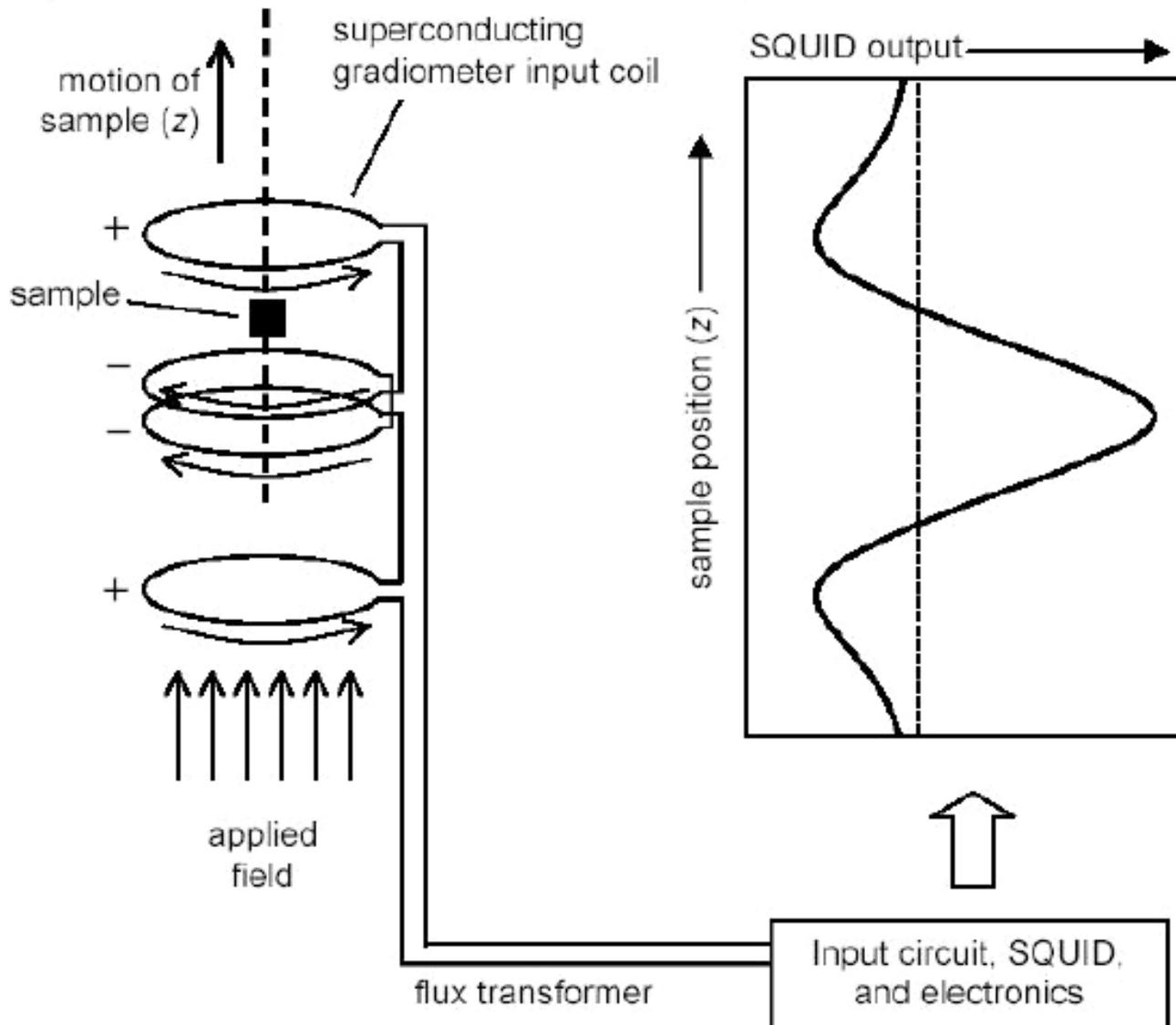


Figure 1: Typical amplitudes and frequencies of various biomagnetic signals. Shaded regions indicate the limits of currently available SQUID sensors.

Suscettometro superconduttore



1.8 K-400 K

$B=6$ T

tipico

$\chi=10^{-9}$ emu

Sensibilità magnetizzazione di poche decine di spin elettronici

Magnetometri

Sonde di Hall (4 nT- 20 T, 0-100 kHz)

Flux gate (0.1 nT-0.01 T, 0-1 kHz)

Magnetoresistenze

Magnetometri a vapori di Cesio ($0.008 \text{ nT}/\sqrt{\text{Hz}}$, 0-10 Hz)

Magnetometri atomici

Spin Exchange Relaxation Free (in teoria concorrenza SQUID

<https://en.wikipedia.org/wiki/SERF>)

Uso SQUID

Biomagnetismo

Suscettometro

Misuratore di posizione

Amplificatore limite quantistico

Amperometri bassa impedenza molto sensibili

Amplificatori per bolometri bassa temperatura

Termometria di rumore

Segue uso SQUID

- Termometria di rumore
- Ponte a bassa temperatura (R,L,M)
- NMR a bassi campi
- Misuratore di spostamento per GW risonanti
- Giroscopio più sensibile mai costruito (GP-B)
- Campo magnetico assoluto
- Ricerca di particelle esotiche: monopoli magnetici, assioni
- Magnetotellurica
- Magnetometria delle rocce
- Microscopi magnetici (HTC)
- Ricerca materia oscura

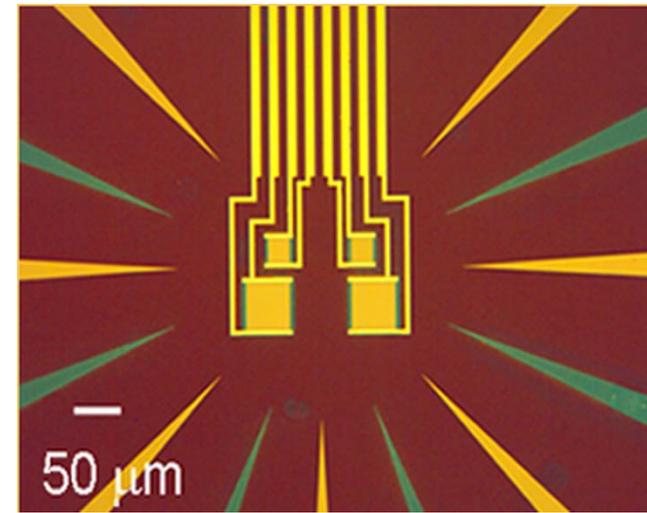
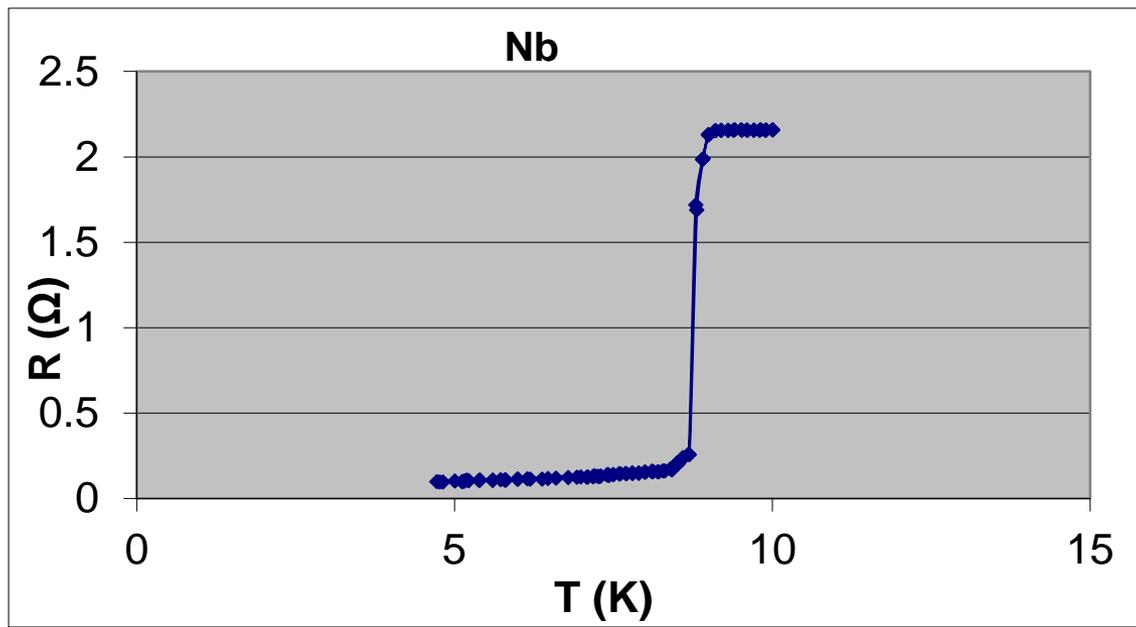
Bolometri superconduttori

- Si scalda per assorbimento $h\nu \rightarrow T+dT \rightarrow$ Parametro fisico misurabile (es. $R+dR$, $I+dI$, $V+dV$)

Interesse per misurare segnali deboli

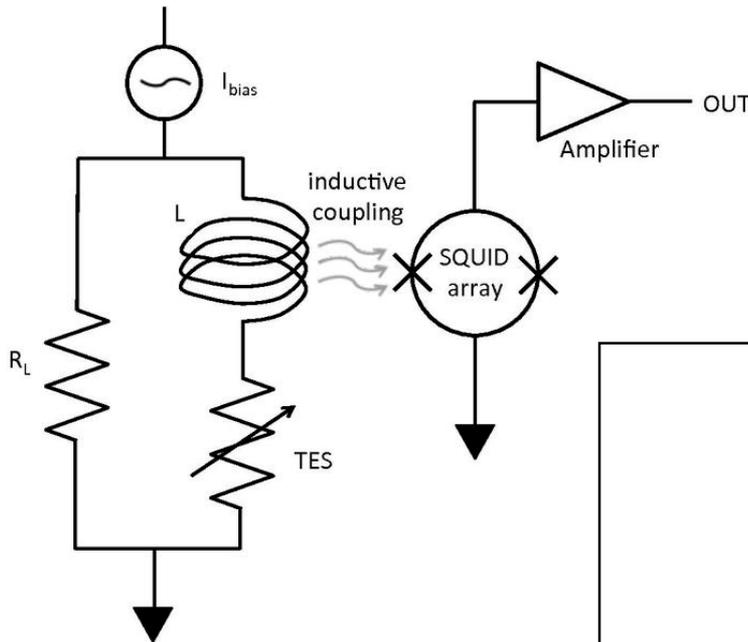
Perché BT (non posso trasferire calore da una sorgente più fredda ad una più calda \rightarrow limite termodinamico)

. TES (Transition Edge Sensor)



Tungsteno due fasi
 $T_c=15 \text{ mK}$, $T_c=1 \text{ K}$

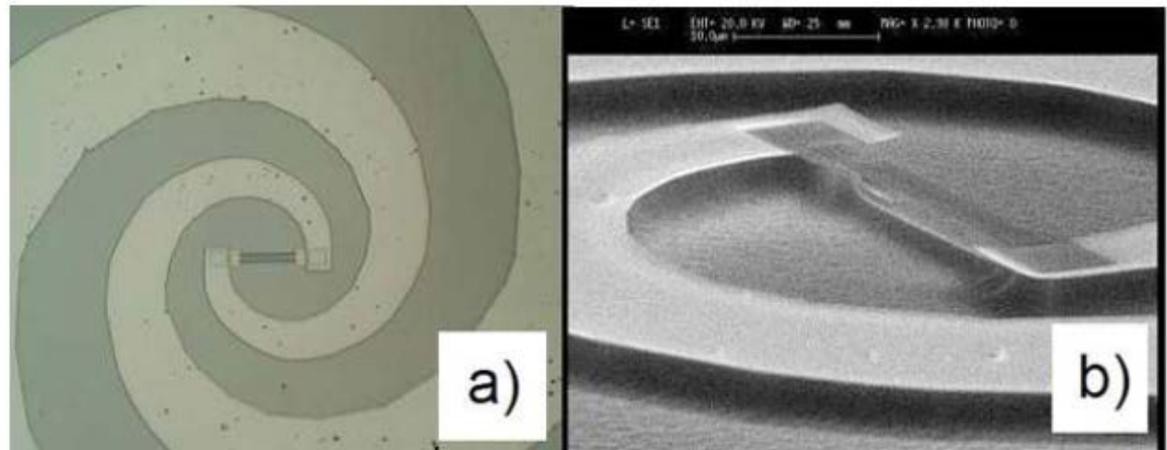
TES con controreazione negativa elettromeccanica : rivelatori di fotone singolo (vicino infrarosso). Ma anche raggi X, particelle, dark count (più lenti dei diodi semiconduttori a valanga).



Molti osservatori astronomici li usano da anni
[en.wikipedia.org/wiki/Transition
ion_edge_sensor](https://en.wikipedia.org/wiki/Transition_edge_sensor)

SHAB (Superconducting Hot spot Air bridge Bolometer)

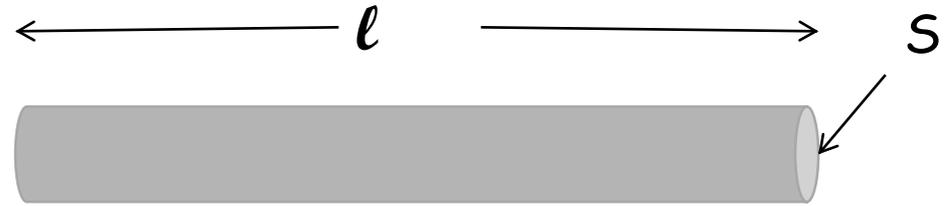
Tra 4.2-8K, viene polarizzato in tensione (controreazione negativa). Si misura $\Delta I/P$ (tipico 100 A/W), Rumore 20 fW/ $\sqrt{\text{Hz}}$), cryocooler, elettronica a T ambiente



KID (Rivelatori a induttanza cinetica)

Nella legge di Ohm

$$R = \rho \frac{\ell}{S} = \frac{m}{ne^2\tau} \frac{\ell}{S}$$



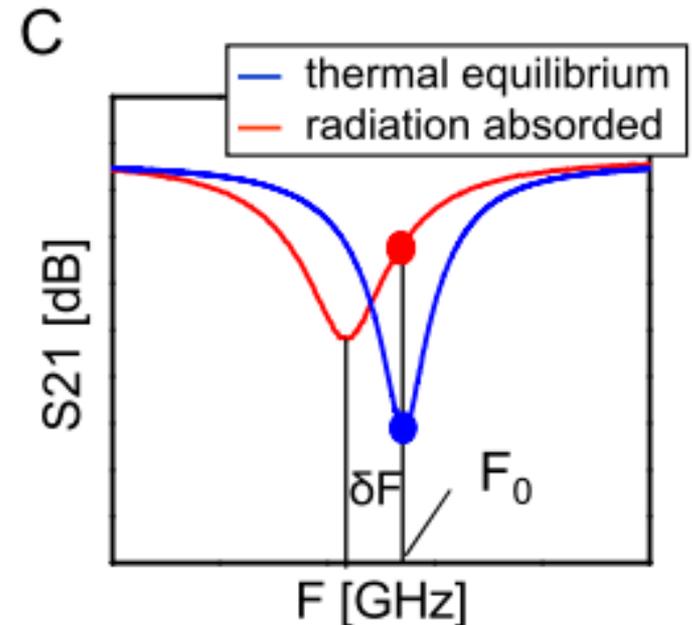
Si trascura il termine cinetico (nei metalli normali è trascurabile), le coppie di Cooper hanno un'energia cinetica non trascurabile

$$L_k = \frac{2m}{4n_s e^2} \frac{\ell}{S}$$

La induttanza cinetica ha effetto simile alla induttanza classica cioè se aumenta o diminuisce cambia il fattore di merito di un circuito risonante: misura della variazione di frequenza segnale. Lento rumore previsto 1 aW/ $\sqrt{\text{Hz}}$!

it.wikipedia.org/wiki/Induttanza_cinetica

J. Low Temp. Phys. 167, 292 (2012)

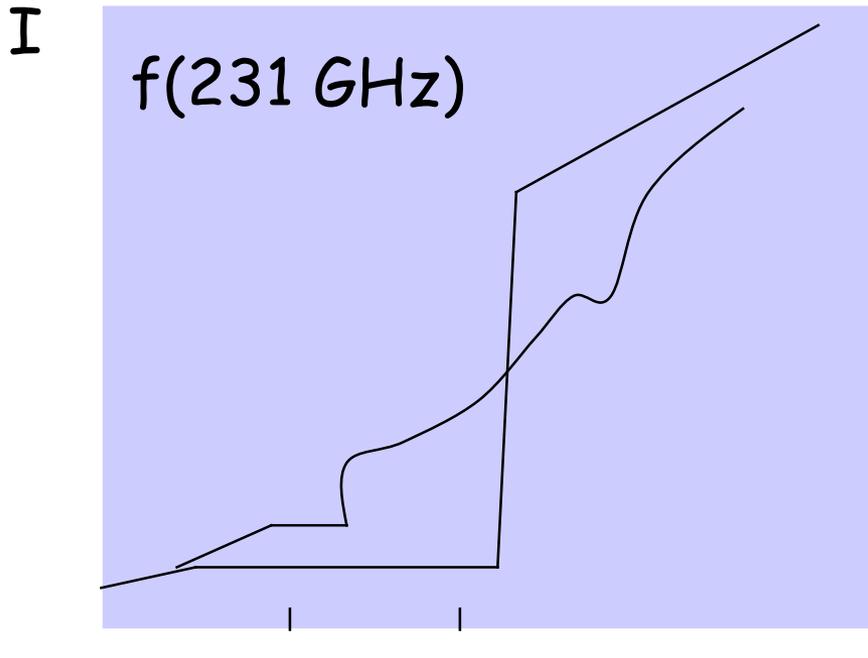


SIS

• Ricevitori eterodina mm e submillimetrici (astronomia infrarossa), I fotoni inducono gradini sulla caratteristica I-V

Temperatura di rumore limitata dal rumore quantistico (5K a 100 GHz)

piccole perdite di conversione o anche guadagno (qualche dB)



Oscillatore locale con piccola potenza (50nW a 240 GHz)

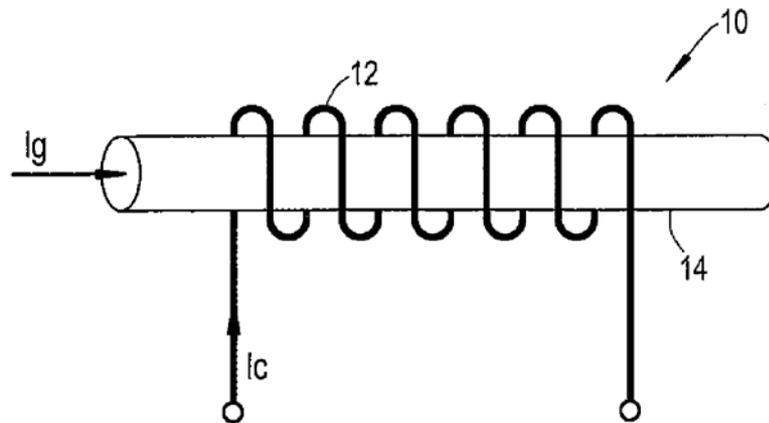
array di giunzioni (miglioramento dell'adattamento e aumenta il livello di saturazione)

tendenza oscillatore integrato locale

V

Computer superconduttore

Cryotron inventato Buck 1956-1965 (General Electric, IBM: 100 persone) -1965-> memorie magnetiche



IBM Josephson Computer (3 JJ SQUID) finanziato NSA (25%)
200 PHD, 1965-1983 Giappone 1981-89 -> MOS

1985 Premio Nobel STM (IBM Zurigo)

1987 Premio Nobel HTC Bednoz e Müller (IBM Zurigo)

RSFQ Russi in US una logica completamente nuova, molto veloce

Bit classico vs. qubit

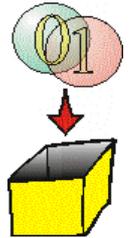
• caso classico

• caso quantistico

• singolo bit:

- valore: 0 oppure 1
- risultato: 0, 1

- sovrapposizione coerente
- $|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$
- risultato: 0, 1



• registro di n bit:

- 2^n stati computazionali; realizzati *uno alla volta* dagli n bit.

es. 3 bit: 000, 001, 010, 011..... valori da 0 a 7

- no equivalente classico

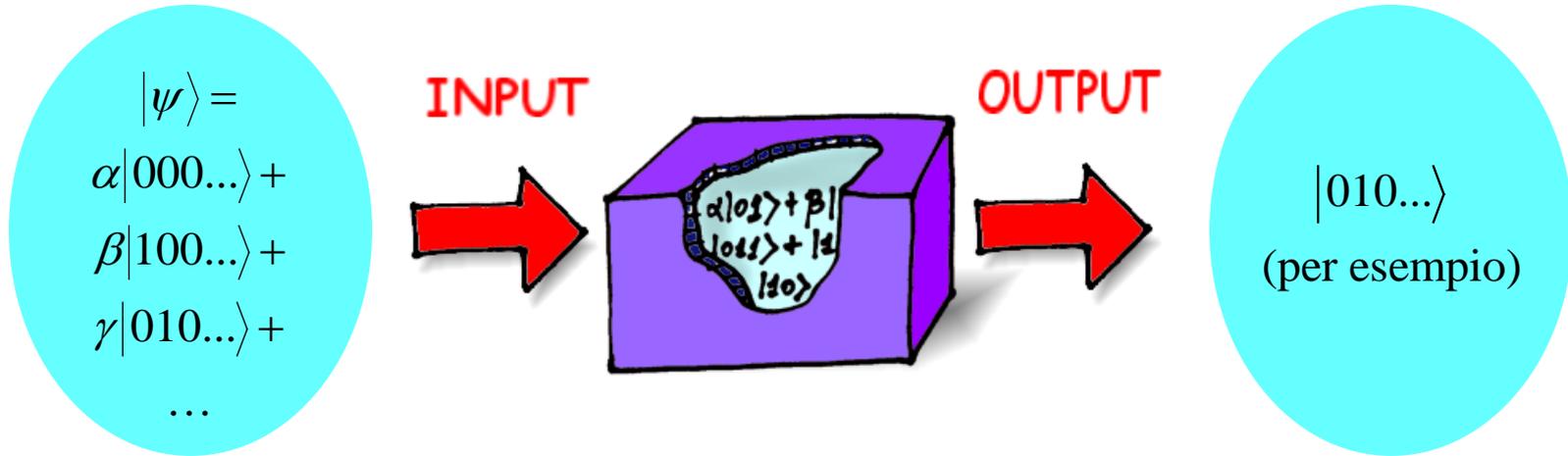
- 2^n stati *simultaneamente* presenti nello stato di sovrapposizione (*parallelismo quantistico*)

es. 3 qubit:

$|\psi\rangle = a|000\rangle + b|001\rangle + c|010\rangle + \dots$
(contiene tutti gli stati di base possibili)

- stati *entangled*: $1/\sqrt{2} (|00\rangle + |11\rangle)$

Operazioni in un Quantum Computer



- Preparazione dello stato
- (sovrapposizione di 2^N stati)

- Trasformazioni unitarie

$$|\psi\rangle \rightarrow |\psi'\rangle = U|\psi\rangle$$

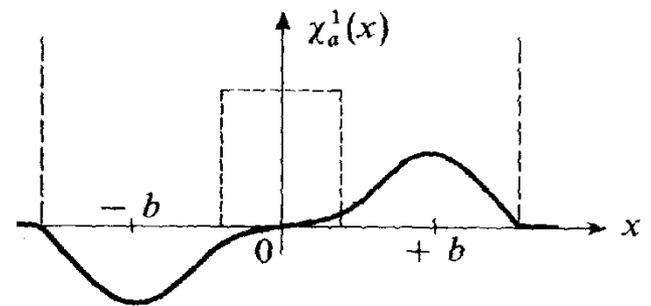
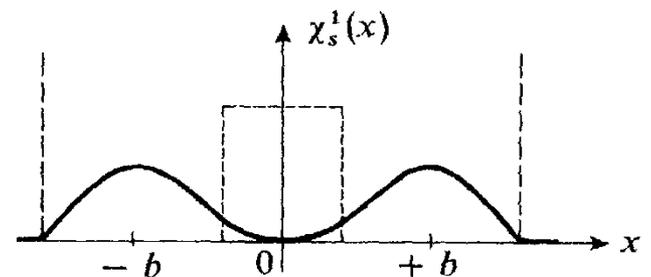
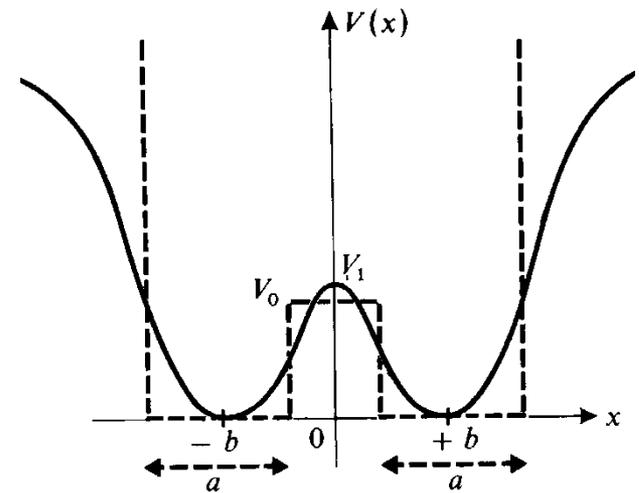
- Lettura dello stato
- (collasso su uno degli stati possibili)

Misura e algoritmi

- la **misura** proietta il qubit su un **autostato**
- il risultato è probabilistico
- e' **essenziale** avere un buon **algoritmo**
 - **manipolare** il parallelismo quantistico in modo da selezionare il risultato voluto.
- Tecniche usate:
 - fare in modo che la probabilita' per le uscite di interesse sia elevata
 - trovare proprieta' particolari che contraddistinguano il risultato voluto

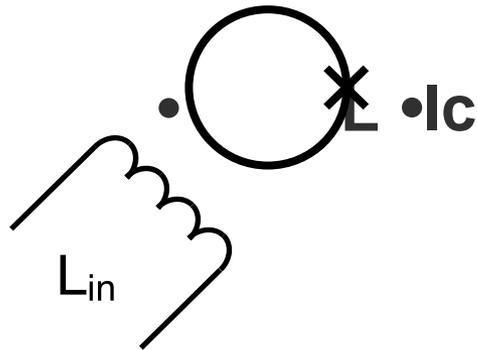
Cosa serve per realizzare un qubit?

- sistema quantistico a due stati
 - ✎ variabile misurabile: x
 - flusso magnetico (SQUID),**
 - carica elettrica (SET)**
 - ✎ 2 stati distinti: sinistra, destra
 - ✎ barriera finita: “comunicazione” fra i due lati
 - ✎ autostati energia: sovrapposizione coerente dei due stati
- ⑩ preparazione, manipolazione, misura
- ⑩ tempo di decoerenza lungo
- ⑩ piu' qubit interagenti
- ⑩ gate quantistici



Qubit superconduttori

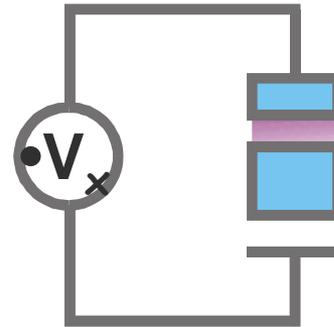
a stati di flusso



SQUID

stati: verso di circolazione della corrente in un anello (CW o CCW)

a stati di carica



SET

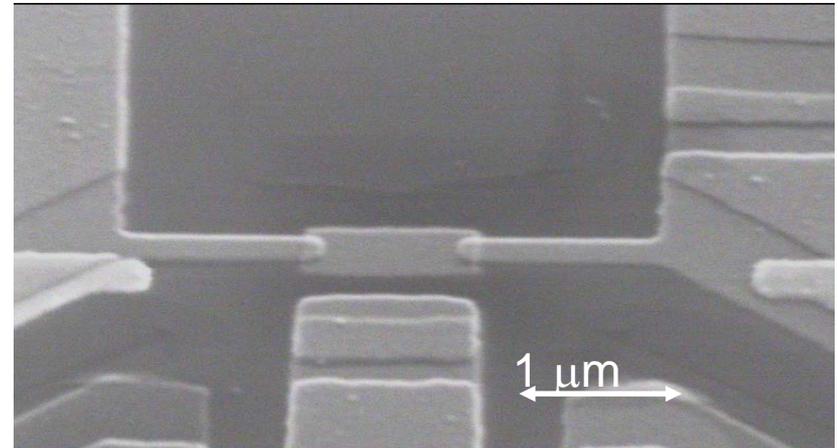
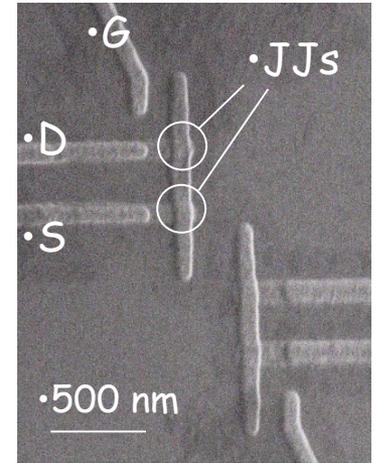
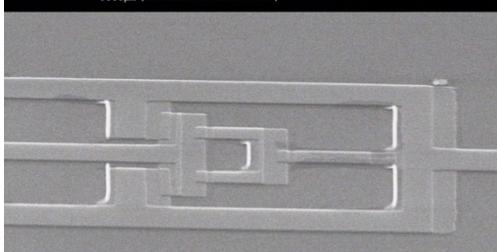
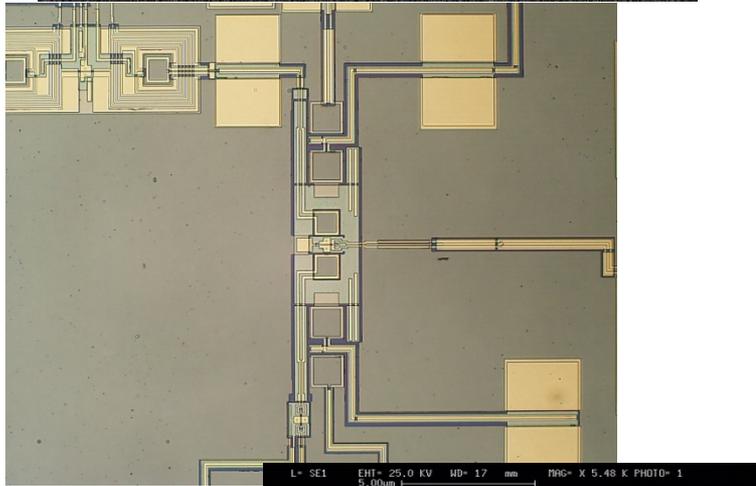
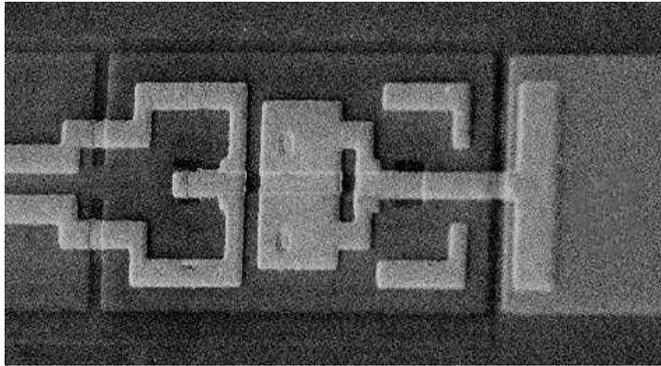
stati: presenza o no di cariche sull'isola (0 o 1 carica)

- ⑩ basse temperature (< 100 mK)
- ⑩ materiali superconduttori (Nb, Al)
- ⑩ tecniche di micro e nanofabbricazione (dimensioni dai micron alle decine di nm)

Qubit superconduttori

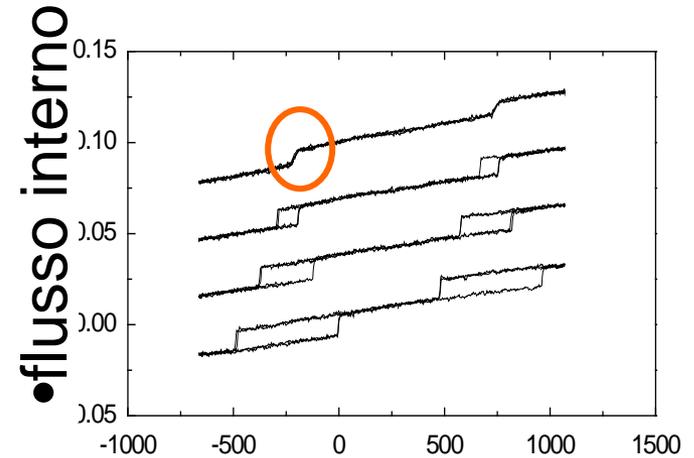
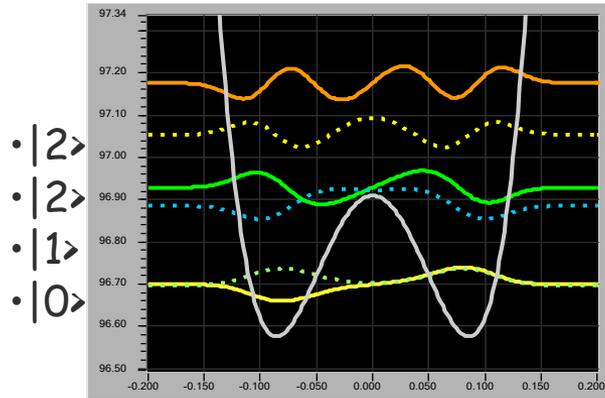
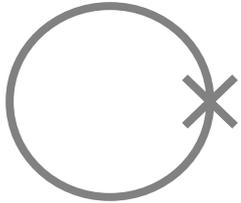
stati di flusso

a stati di carica



rf-SQUID: qu-bit

•Potenziale ($\phi_x = \phi_0/2$)



•flusso applicato

- per polarizzazione pari a $\Phi_0/2$, i due stati:
- $0 \Phi_0$ nell'anello, corrente che si oppone
- oppure
- $1 \Phi_0$ nell'anello, corrente che si aggiunge
- sono energeticamente equivalenti (due stati del qubit)